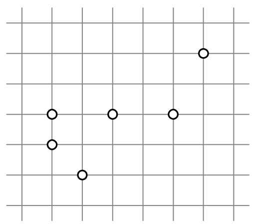
В скобках указано, каким классам рекомендуется задача (решать задачи более старших классов также разрешается, решение задач более младших классов при подведении итогов не учитывается).

Задание 1. (6–7) Четыре мышонка: Белый, Серый, Толстый и Тонкий делили головку сыра. Они разрезали её на 4 внешне одинаковые дольки. В некоторых дольках оказалось больше дырок, поэтому долька Тонкого весила на 20 г меньше дольки Толстого, а долька Белого — на 8 г меньше дольки Серого. Однако Белый не расстроился, т. к. его долька весила ровно четверть от массы всего сыра.

Серый отрезал от своего куска 8 г, а Толстый — 20 г. Как мышата должны поделить образовавшиеся 28 г сыра, чтобы у всех сыра стало поровну? Не забудьте пояснить свой ответ.

Задание 2. (6–8) На клетчатой бумаге отмечены 6 точек (см. рисунок). Проведите три прямые так, чтобы одновременно выполнялись три условия:
— каждая отмеченная точка лежала хотя бы на одной из этих прямых,
— на каждой прямой лежало хотя бы две отмеченные точки,
— все три проведённые прямые пересекались бы в одной точке (не обязательно отмеченной).



Задание 3. (6–8) У Ильи есть табличка 3×3, заполненная числами от 1 до 9 так, как в таблице слева. За один ход Илья может поменять местами любые две строчки или любые два столбца. Может ли он за несколько ходов получить таблицу справа?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

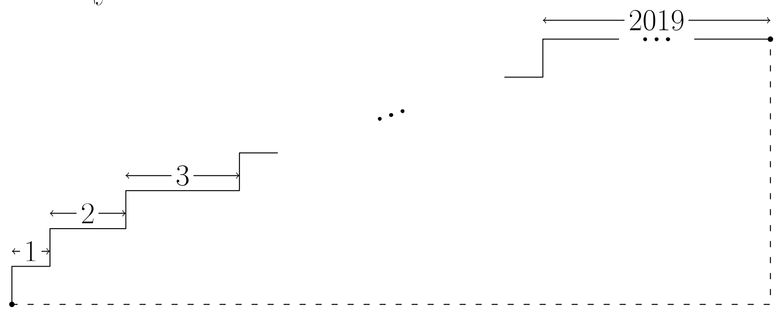
1	4	7
2	5	8
3	6	9

Задание 4. (8–9) Пусть a, b, c, d и n — натуральные числа. Докажите, что если числа $(a-b)(c-d)$ и $(a-c)(b-d)$ делятся на n, то и число $(a-d)(b-c)$ делится на n.

Задание 5. (9–11) В школе провели турнир по настольному теннису. Турнир состоял из нескольких туров. В каждом туре каждый участник играл ровно в одном матче, а каждый матч судил один из не участвовавших в нем игроков.

После нескольких туров оказалось, что каждый участник сыграл по одному разу с каждым из остальных. Может ли оказаться, что все участники турнира судили одинаковое количество встреч?

Задание 6. (9–11) Высота каждой из 2019 ступенек «лестницы» (см. рисунок) равна 1, а ширина — увеличивается от 1 до 2019. Правда ли, что отрезок, соединяющий левую нижнюю и правую верхнюю точки этой лестницы, не пересекает лестницу?



Задание 7. (10–11) Сумма нескольких положительных чисел равна единице. Докажите, что среди них найдётся число, не меньшее суммы квадратов всех чисел.

Не забудьте подписать свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и сдать её. Сдавать листок с условиями не нужно. Задания, информация о разборах, решения и результаты участников (после 20 ноября) будут опубликованы на сайте turlom.olimpiada.ru Обратите внимание: в этом году результаты будут доступны ТОЛЬКО по номеру карточки.