9-րդ դասարան

1. Վանդակները կարելի է լրացնել, օրինակ, այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկար 1-ում:

a	cd	b
bd	1	ac
c	ab	d

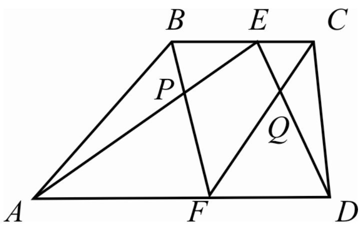
Նկ. 1

2	x	6
3	y	4

Նկ. 2

Եթե իրարից տարբեր a, b, c, d թվերը բավարարեն $ab = cd$ պայմանին, ապա նման արդյունք չի ստացվի: Օրինակ, նկ. 2-ում բերված թվերի դեպքում x-ը չի կարող y-ից տարբեր լինել:

2. Նկատենք, որ



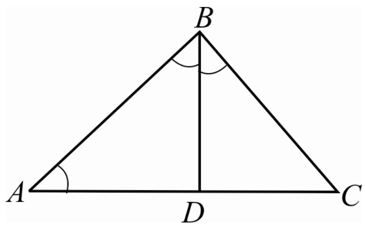
$$S_{ABP} = \frac{1}{2} AF \cdot h - S_{APF}, \quad S_{CDQ} = \frac{1}{2} FD \cdot h - S_{FQD},$$

որտեղ h-ը սեղանի բարձրությունն է:

Հետևաբար,

$$S_{ABP} + S_{CDQ} = \frac{1}{2}(AF + FD)h - (S_{APF} + S_{FQD}) = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h - (S_{APF} + S_{FQD}) = S_{ADE} - (S_{APF} + S_{FQD}) = S_{PEQF}:$$

3. Տանենք BD անկյան կիսորդը: ABC և BDC եռանկյունների նմանությունից կունենանք՝



$\dfrac{BC}{DC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AB}{BD}$, որտեղից՝

$$BC^2 = AC \cdot DC, \qquad AB \cdot BC = AC \cdot BD:$$

Հաշվի առնելով այն, որ $BD = AD$, վերջին երկու հավասարությունները գումարելով կստանանք ապացուցվելիք հավասարությունը:

4. Ակնհայտ է, որ

$$a = 1 - 2c^2 \le 1, \qquad b = 1 - 2a^2 \le 1, \qquad c = 1 - 2b^2 \le 1:$$

Ցույց տանք, որ $a, b, c \ge -1$:

$a = b = c$ դեպքում կունենանք՝ $a = b = c = -1$ կամ $a = b = c = \dfrac{1}{2}$:

Դիցուք, a, b, c թվերից գոնե երկուսը միմյանց հավասար չեն: Որոշակիության համար ընդունենք, որ a-ն նրանցից փոքրագույնն է: Այդ դեպքում՝

$$2a^2 + a \le 2a^2 + b = 1, \text{ որտեղից՝ } a \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right]:$$

Հետևաբար, $b \ge a \ge -1,\ \ c \ge a \ge -1$:

Այսպիսով, $a,\ b,\ c \in [-1;\ 1]$:

Վերն արված դատողությունների շնորհիվ, $a,\ b,\ c$ թվերը միաժամանակ կարող են պատկանել $\left[-1;\ \frac{1}{2}\right]$ միջակայքին, բայց չեն կարող գտնվել $\left(\frac{1}{2};\ 1\right]$ միջակայքում, քանի որ նրանցից փոքրագույնը միշտ գտնվում է առաջին միջակայքում:

5. Նախապես ապացուցել, որ

$$\sqrt{9n+8} < \sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} < 3 \cdot \sqrt{n+1}:$$

Այնուհետև կունենանք՝

$$9n+8 < \left(\sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}\right)^2 < 9n+9:$$

Հետևաբար, յուրաքանչյուր $n \in N$ դեպքում $\left(\sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}\right)^2$ թիվը չգերազանցող ամենամեծ ամբողջ թիվը հավասար է $9n+8$-ի:

Պատ.՝ ա) 53**; բ)** $9n+8$**:**