ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ
ՄԱՐԶԱՅԻՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
Ցուցումներ և լուծումներ առաջադրված խնդիրների վերաբերյալ
8-րդ դասարան

1. Դիցուք, x-ը այդպիսի քառանիշ թիվ է: Կցագրելուց ստացված յոթանիշ թիվը կլինի

$$A = 4000000 + x:$$

Ակնհայտ է, որ

$$A > 2000^2:$$

Հետևաբար, A-ն կարող է լինել $(2000+m)^2$ տեսքի, այսինքն՝

$$A = 4000000 + 4000m + m^2 \quad (m \in N):$$

$x = 4000m + m^2$ թիվը կլինի քառանիծ թիվ այն և միայն այն դեպքում, երբ $m = 1$ կամ $m = 2$: Որոնելի քառանիշ թվերն են՝

$$4001 \text{ և } 8004:$$

2. Քանի որ $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$, ուստի վանդակները կարելի է լրացնել, օրինակ, այսպես.

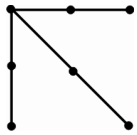
2	$5 \cdot 67$	3
$3 \cdot 67$	1	$2 \cdot 5$
5	$2 \cdot 3$	67

$\Rightarrow$

2	335	3
201	1	10
5	6	67

(Սկզբում անկյունների չորս վանդակներում գրվում են 2010 թվի պարզ արտադրիչները):

3. A կետից տարբեր մնացած ութ կետերից 2-ական կետերի ընտրություն կարելի է



կատարել $\frac{8 \cdot 7}{6} = 28$ եղանակով: Այդպիսի զույգերից միայն երեքն են, որոնցից յուրաքանչյուրն A կետի հետ գտնվում են մեկ ուղղի վրա (տե՛ս նկարը): Հետևաբար, եռանկյունների ընդհանուր քանակը կլինի $28 - 3 = 25$:

4. Տանենք BM միջնագիծը $(BM \perp AC)$: BM հատվածի վրա վերցնենք K կետն այնպես, որ $KC = CA$: Այդ դեպքում

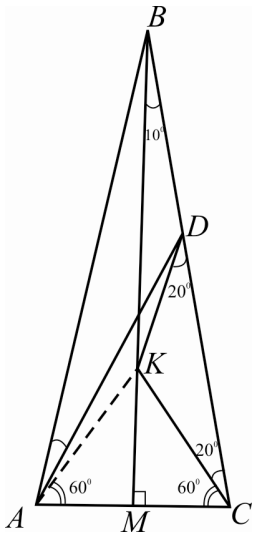
$$\angle MCK = 60^0,\ \angle KCB = 20^0:$$

K կետից AB-ին տարված զուգահեռ ուղիղը BC-ն հատում է D կետում:

$$\angle DKB = \angle KBD = 10^0,\quad BD = DK = KC = CA:$$

Քանի որ $\angle AKD = \angle KDB = 160^0$, ուստի $\Delta AKD = \Delta BKD$: Հետևաբար, $\angle DAK = 10^0$, իսկ

$$\angle BAD = \angle KAB - \angle DAK = 30^0 - 20^0 = 10^0:$$



Պատ.՝ 10^0**:**

5. Քանի որ $2010 \vdots 3$, ուստի $x^2 \vdots 3 \Rightarrow x \vdots 3 \Rightarrow x = 3k \quad (k \in Z)$: Տեղադրելով և կրճատելով 3-ով կստանանք՝

$$3k^2 - y^2 = 670: \qquad (1)$$

Քննարկելով $y = 3m,\ y = 3m \pm 1 \quad (m \in Z)$ հնարավոր դեպքերը, նկատում ենք, որ (1) հավասարության ձախ մասը 3-ի բաժանելիս տալիս է 0 կամ 2 մնացորդ, իսկ աջ մասը 3-ի բաժանելիս տալիս է 1 մնացորդ: Նշանակում է՝ գոյություն չունեն տրված հավասարությանը բավարարող x և y ամբողջ թվեր: