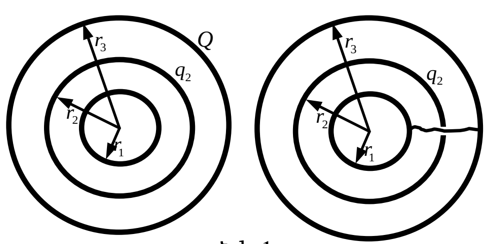
12-րդ դասարան

1. r_1, r_2 և r_3 շառավիղներով համակենտրոն մետաղե գնդոլորտներից արտաքին երկուսը լիցքավորված են համապատասխանաբար q_2 և Q լիցքով (տե՛ս նկ.1): Արտաքին գնդոլորտը մեկուսացված հաղորդչով միացնում են ներքինին:

- Գտեք լիցքը ներսի գնդոլորտի վրա հաղորդալարը միացնելուց հետո
- Ինչպես կփոխվի արդյունքում համակարգի էներգիան:



Նկ.1

Լուծում: Նախ գտնենք համակարգի էներգիան սկզբնական վիճակում: Հիշենք , որ լիցքավորված գնդոլորտի լրիվ էներգիան հավասար է $W_r = k\dfrac{q_2^2}{2r}$: Եթե դիտարկենք q_2 լիցքով լիցքավորված երկու գնդոլորտ, որոնցից մեկի շառավիղը r_2 է, մյուսինը` r_3, ապա պարզ է, որ եթե դրանք համակենտրոն են, ապա դրանց միջև տիրույթում էլեկտրոկան էներգիան հավասար է

$$W(r_2,r_3) = k\frac{q_2^2}{2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right):$$

Այժմ գտնենք լիցքերը գնդոլորտների վրա հաղորդալարը միացնելուց հետո: Գրենք լիցքի պահպանման և պոտենցիալների հավասարման պայմանները.

$$q_1+q_3=Q\,,\; k\frac{q_1}{r_1}+k\frac{q_2}{r_2}+k\frac{q_3}{r_3} = k\frac{q_1}{r_3}+k\frac{q_2}{r_3}+k\frac{q_3}{r_3} \Rightarrow q_1 = q_2\frac{\dfrac{1}{r_3}-\dfrac{1}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_3}}:$$

Քանի որ լրիվ լիցքը չի փոխվել, գնդերից դուրս էլեկտրական դաշտը չի փոխվել, հետևաբար էներգիայի փոփոխությունը կապված է միայն երկու գնդային շերտերում էլեկտրական դաշտի փոփոխության հետ: Վերջնական վիճակում դաշտի էներգիան հավասար է

$$W(r_1,r_3) = W'(r_1,r_2)+W'(r_2,r_3) = k\frac{q_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+k\frac{\left(q_1+q_2\right)^2}{2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right):$$

Այստեղից ստանում ենք էներգիայի փոփոխությունը`

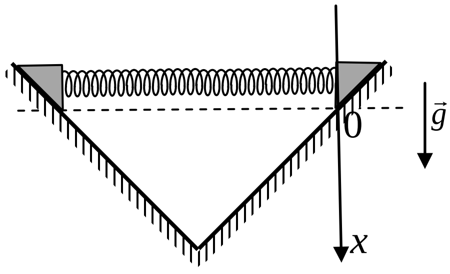
$$\Delta W = k\frac{q_2^2}{2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)-k\frac{q_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-k\frac{\left(q_1+q_2\right)^2}{2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right) = k\frac{q_2^2}{2}\frac{\left(\dfrac{1}{r_2}-\dfrac{1}{r_3}\right)^2}{\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_3}\right)}:$$

2. m զանգվածով երկու հավասարասրուն սեպ միացված են k կոշտությամբ զսպանակով և տեղադրված են փոխուղղահայաց հարթությունների վրա (տե՛ս նկ.2): Սկզբնական դիրքում զսպանակը դեֆորմացված չէ: Սեպերի և հարթությունների միջև շփման գործակիցը μ է: x առանցքն ուղղված է ուղղաձիգով:

ա) x-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը կգտնվի դադարի վիճակում:

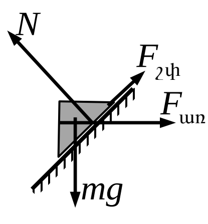
բ) Գտեք ինչքա՞ն կիջնեն սեպերը սկզբնական հորիզոնական դիրքից, եթե նրանց ազատ թողնեն:

գ) շփման գործակցի ի՞նչ արժեքների դեպքում սեպերը իջնելուց հետո չեն շարժվի դեպի վեր:



Խնդ.2

Լուծում: Նկարում պատկերված է սեպերից մեկի վրա ազդող ուժերը ամենա բարձր կետում, որտեղ այն կարող է գտնվել դադարի վիճակում: Այդ կետից վերև բարձրացնելուց նվազում են և $F_{առ}$-ը, և $F_{2փ}$-ը, այսինքն եթե սեպը բարձրացնենք վերև, այն կսահի ցած: Եթե այդ դիրքում սեպը սկզբնական դիրքից իջել է ուղղաձիգով x_1-ով, ապա $F_{առ} = 2kx_1$,

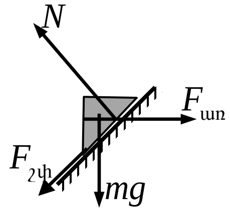


$$N = mg\cos\frac{\pi}{4}+2kx_1\sin\frac{\pi}{4} = \left(mg+2kx_1\right)\frac{\sqrt{2}}{2},\; F_{2փ} = \mu N = \mu\left(mg+2kx_1\right)\frac{\sqrt{2}}{2}:$$

Հավասարակշռության պայմանից կստանանք՝

$$mg\frac{\sqrt{2}}{2}=F_{\text{առ}}\frac{\sqrt{2}}{2}+F_{\text{շփ}}\Rightarrow x_1=\frac{mg}{2k}\frac{1-\mu}{1+\mu}:$$

Դաղարի ամենաներքևի դիրքում մարմնի վրա ազդող ուժերը պատկերված են նկարում: Այս դեպքում հավասարակշռության պայմանը կլինի



$$mg\frac{\sqrt{2}}{2}+F_{\text{շփ}}=F_{\text{առ}}\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow x_2=\frac{mg}{2k}\frac{1+\mu}{1-\mu}:$$

բ) Երբ համակարգը բաց են թողնում սկզբնական դիրքից, այն իջնում է: Ծանրության ուժը կատարում է աշխատանք, զսպանակը սեղմվում է և կատարվում է աշխատանք շփման ուժերի հաղթահարման համար: Էներգիայի պահպանման օրենքից ունենք.

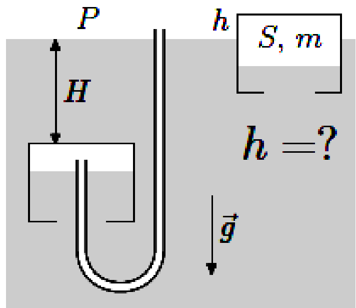
$$2mgx_3=\frac{k\left(2x_3\right)^2}{2}+2\mu mgx_3+2\mu kx_3^2,$$

որտեղից ստանում ենք $x_3=\frac{mg}{k}\frac{1-\mu}{1+\mu}$:

Սեպերը չեն բարձրանա վերև եթե արագությունները հավասարվեն զրոյի դաղարի տիրույթում, այսինքն եթե $x_1<x_3<x_2$: Ձախ անհավասարումը բավարարվում է μ-ի բոլոր արժեքների դեպքում: Երկրորդ անհավասարումից ունենք

$$\frac{1-\mu}{1+\mu}<\frac{1}{2}\frac{1+\mu}{1-\mu}\Rightarrow\sqrt{2}\left(1-\mu\right)<1+\mu\Rightarrow\mu>3-2\sqrt{2}:$$

3. m զանգվածով և S մակերեսով գլանաձև անոթի հիմքում կա անցք: Անոթը գտնվում է ջրում H խորության վրա (տե'ս նկ.3): Դրա պոմպով ներս են մղում օդ, մինչև անոթը սկսում է բարձրանալ: Բարձրանալու ընթացքում օդը անոթից դուրս չի գալիս: Ջերմաստիճանը հաստատուն է: Ինչքա՞ն կլինի անոթի ջրից դուրս եկող h բարձրությունը վերջնական վիճակում: Մթնոլորտային ճնշումը P է.



Նկ.3

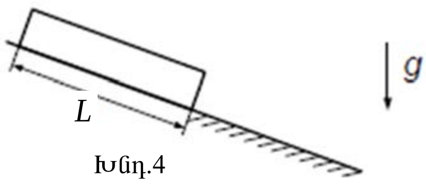
Լուծում: Եթե անոթը սկսում է բարձրանալ, ապա դուրս մղված ջրի զանգվածը հավասար է անոթի զանգվածին, ուստի օդի սկզբնական ծավալը կլինի $V_1=\frac{m}{\rho}$, որտեղ m-ը անոթի զանգվածն է, ρ-ն ջրի խտությունը: Օդի ճնշումը անոթում բարձրանալը սկսելու պահին $p_1=p+\rho g\left(H+\frac{V_1}{S}\right)$ էր: Բարձրանալուց հետո օդի ծավալը հավասար է $V_2=V_1+hS$, իսկ ճնշումը՝ $p_2=p+\frac{\rho gV_1}{S}$:

Վիճակի հավասարումից ունենք $p_1V_1=p_2V_2$: Այստեղից կստանանք՝

$$h=\frac{mgH}{pS+mg}:$$

4. Թեք հարթության ողորկ տեղամասի վրա տեղադրված է L երկարությամբ չորսու (տե'ս նկ.4), որի ներքևի կողը գտնվում է ոչ ողորկ տեղամասի սկզբում: Չորսուն բաց են թողնում և նա անցնելով ոչ ողորկ տեղամասի վրա շարժվում է հաստատուն v արագությամբ:

- Գտեք շփման գործակիցը:
- Ինչքա՞ն ժամանակում չորսուն անցավ ոչ ողորկ տեղամասի վրա:



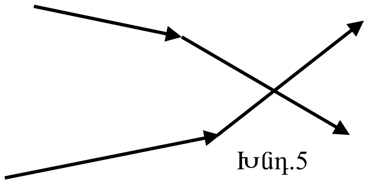
Նկ.4

Լուծում: Քանի որ շփման ուժը աճում է ուղիղ համեմատական ոչ ողորկ տեղամասին անցած մասին, շփման ուժի աշխատանքը կլինի $A=F_{\text{շփ}}\cdot L=-\frac{\mu mg}{2}L\cos\alpha$, իսկ պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը՝ $U=mgL\sin\alpha$: Էներգիայի պահպանման օրենքից ստանում ենք

$\frac{m v^2}{2} = mgL\sin\alpha - \frac{1}{2}\mu mgL\cos\alpha = \frac{1}{2}mgL\sin\alpha$, որտեղ հաշվի է առված, որ $\mu = \mathrm{tg}\,\alpha$, քանի որ անողորկ տեղամասում չորսուն շարժվում է հաստատուն արագությամբ:

Այսպիսով $\sin\alpha = \frac{v^2}{gL} \Rightarrow \mu = \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(gL/v^2\right)^2 - 1}}$:

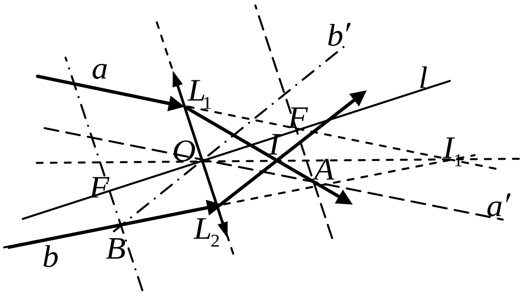
Շարժման հավասարումից՝ $ma = mg\sin\alpha - \mu\frac{mg}{L}x\cos\alpha = -k\left(x - x_0\right),\ k = \frac{mg}{L}\sin\alpha,\ x_0 = L$, որի լուծումն է $x = x_0 + A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$, որտեղ $\omega^2 = \frac{g\sin\alpha}{L} = \frac{v^2}{L^2}$, A-ն և φ-ն հաստատուններ են, որոնք պետք է գտնել սկզբնական պայմաններից: $t = 0$ պահին $x = 0,\ v = 0$: Այդ պայմաններին բավարարում է $x = L\left(1 - \cos\omega t\right)$ ($v = \omega L\sin\omega t$): Այսպիսով չորսուն լրիվ կանգնի անողորկ տեղամասի վրա $\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi L}{2v}$ ժամանակում:



Խնդ.5

5. Նկարում պատկերված է երկու ճառագայթի ընթացքը ոսպնյակում: Կառուցեք ոսպնյակը (հարթությունը, գլխավոր օպտիկական առանցքը, կիզակետերը):

Լուծում: Քանի որ ոսպնյակի վրա ընկնող բոլոր ճառագայթները բեկվում են ոսպնյակի հարթությունում, ապա ճառագայթների բեկման կետերով անցնող հարթությունը նկարում L_1L_2 ուղիղն է: Ճառագայթները ոսպնյակից հետո հատվում են I կետում, որը դրանց շարունակությունների հատման կետում I_1 կեղծ աղբյուրն է: Ուստի $I\ I_1$ ուղիղը ոսպնյակով անցնելիս չի բեկվել և դրա հատումը ոսպնյակի հարթության հետ ոսպնյակի կենտրոնն է: Գլխավոր օպտիկական առանցքը՝ l ուղիղը, անցնում է ոսպնյակի կենտրոնով և ուղղահայաց է դրա հարթությանը: Կիզակետերը ստանում ենք կառուցելով a', b' ուղիղները, որոնք զուգահեռ են համապատասխանաբար a ուղղին և b ճառագայթին ոսպնյակից հետո: Արդյունքում ստանում ենք կիզակետային հարթությունը և F կիզակետերը:

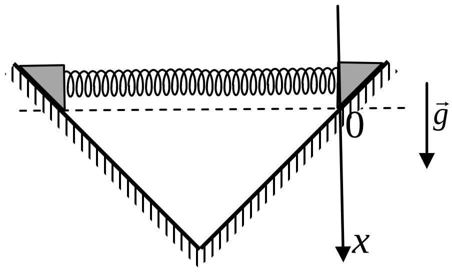


11-րդ դասարան

1. Մինչև U լարումը լիցքավորված կոնդենսատորը լիցքաթափվում է ռեզիստորով, որի դիմադրությունը կախված է ջերմաստիճանից՝ $R = R_0\left(1+\alpha\left(T-T_0\right)\right)$, որտեղ R_0-ն դիմադրությունն է T_0 ջերմաստիճանում, α-ն հաստատուն է: Կոնդենսատորի լրիվ լիցքաթափվելուց հետո ռեզիստորի դիմադրությունը կրկնապատկվեց: Դիմադրությունը տեղադրված է անոթում, որի ջերմունակությունը հաստատուն է: Ջերմային կորուստներ չկան: Գտեք հոսանքի ուժը դիմադրությունում այն պահին, երբ կոնդենսատորի լիցքը հավասարվում է սկզբնականի կեսին:

<u>*Լուծում:*</u> Կոնդենսատորի լիցքաթափման ժամանակ անջատված ջերմաքանակը՝

$Q_1 = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{q^2}{2C}$, իսկ կիսով չափ լիցքաթափվելու ժամանակ նրա վրա մնում է $\dfrac{(q/2)^2}{2C} = \dfrac{Q_1}{4}$, ուստի մինչ այդ անջատված ջերմաքանակը հավասար է $Q_2 = \dfrac{3}{4}Q_1$: Քանի որ դիմադրության ջերմաստիճանի փոփոխությունը անոթի հաստատուն ջերմունակության դեպքում ուղիղ համեմատական է ստացած ջերմաքանակին, ունենք $\Delta T_2 = \Delta T_1 \dfrac{Q_2}{Q_1} = \dfrac{3}{4}\Delta T_1$: Լիցքաթափվելուց հետո $R_1 = R_0\left(1+\alpha\Delta T_1\right) = 2R_0 \Rightarrow \alpha\Delta T_1 = 1$: Հետևաբար $\alpha\Delta T_2 = \dfrac{3}{4}\alpha\Delta T_1 = \dfrac{3}{4}$ և $R_2 = R_0\left(1+\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{7}{4}R_0$: Այսպիսով հոսանքի ուժը այդ պահին՝ $I_2 = \dfrac{U_2}{R_2} = \dfrac{U}{2R_2} = \dfrac{2}{7}\dfrac{U}{R_0}$:



Նկ.2

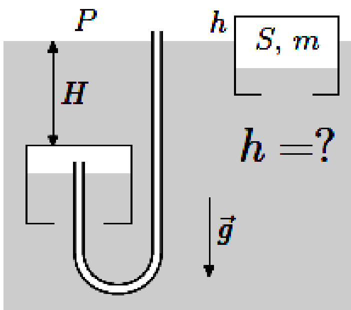
2. m զանգվածով երկու հավասարասրուն սեպ միացված են k կոշտությամբ զսպանակով և տեղադրված են փոխուղղահայաց հարթությունների վրա (տե՛ս նկ.): Սկզբնական դիրքում զսպանակը դեֆորմացված չէ: Սեպերի և հարթությունների միջև շփման գործակիցը μ է: x առանցքը ուղղված է ուղղաձիգով:

ա) x-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը կգտնվի դադարի վիճակում:

բ) Գտեք ինչքա՞ն կիջնեն սեպերը սկզբնական հորիզոնական դիրքից եթե նրանց ազատ թողնեն:

գ) շփման գործակցի ի՞նչ արժեքների դեպքում սեպերը իջնելուց հետո չեն շարժվի դեպի վեր:

3. m զանգվածով և S մակերեսով գլանաձև անոթի հիմքում կա անցք: Անոթը գտնվում է ջրում H խորության վրա (տե՛ս նկ.3): Դրա պոմպով ներս են մղում օդ, մինչև անոթը սկսում է բարձրանալ: Բարձրանալու ընթացքում օդը անոթից դուրս չի գալիս: Ջերմաստիճանը հաստատուն է: Ինչքա՞ն կլինի անոթի ջրից դուրս եկող h բարձրությունը վերջնական վիճակում: Մթնոլորտային ճնշումը P է.



Նկ.3

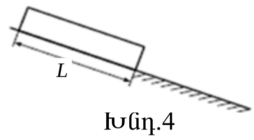
<u>*Լուծում:*</u> Եթե անոթը սկսում է բարձրանալ, ապա դուրս մղված ջրի զանգվածը հավասար է անոթի զանգվածին, ուստի օդի սկզբնական ծավալը կլինի $V_1 = \dfrac{m}{\rho}$, որտեղ m-ը անոթի զանգվածն է, ρ-ն ջրի խտությունը: Օդի ճնշումը անոթում բարձրանալը սկսելու պահին $p_1 = p + \rho g\left(H + \dfrac{V_1}{S}\right)$ էր: Բարձրանալուց հետո օդի ծավալը հավասար է $V_2 = V_1 + hS$, իսկ ճնշումը՝

$p_2 = p + \dfrac{\rho g V_1}{S}$:

Վիճակի հավասարումից ունենք $p_1V_1 = p_2V_2$: Այստեղից կստանանք՝

$$h = \frac{mgH}{pS + mg}:$$

4. Թեք հարթության ողորկ տեղամասի վրա տեղադրված է L երկարությամբ չորսու (տե'ս նկ.4), որի ներքևի կողը գտնվում է ոչ ողորկ տեղամասի սկզբում: Չորսուն բաց են թողնում և նա անցնելով ոչ ողորկ տեղամասի վրա շարժվում է հաստատուն v արագությամբ:



Նկ.4

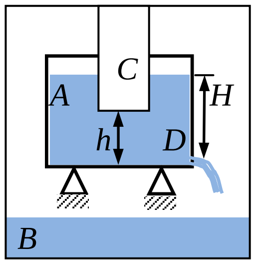
- Գտեք շփման գործակիցը:
- Ինչքա՞ն ժամանակում չորսուն անցավ ոչ ողորկ տեղամասի վրա:

Լուծում: Քանի որ շփման ուժը աճում է ուղիղ համեմատական ոչ ողորկ տեղամասին անցած մասին, շփման ուժի աշխատանքը կլինի $A = F_{շփ} \cdot L = -\dfrac{\mu mg}{2} L\cos\alpha$, իսկ պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը՝ $U = mgL\sin\alpha$: Էներգիայի պահպանման օրենքից ստանում ենք $\dfrac{m\text{v}^2}{2} = mgL\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\mu mgL\cos\alpha = \dfrac{1}{2}mgL\sin\alpha$, որտեղ հաշվի է առված, որ $\mu = \operatorname{tg}\alpha$, քանի որ անողորկ տեղամասում չորսուն շարժվում է հաստատուն արագությամբ:

Այսպիսով $\sin\alpha = \dfrac{\text{v}^2}{gL} \Rightarrow \mu = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{\left(gL/\text{v}^2\right)^2 - 1}}$:

Շարժման հավասարումից՝ $ma = mg\sin\alpha - \mu\dfrac{mg}{L}x\cos\alpha = -k\left(x - x_0\right),\ k = \dfrac{mg}{L}\sin\alpha,\ x_0 = L$, որի լուծումն է $x = x_0 + A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$, որտեղ $\omega^2 = \dfrac{g\sin\alpha}{L} = \dfrac{\text{v}^2}{L^2}$, A-ն և φ-ն հաստատուններ են, որոնք պետք է գտնել սկզբնական պայմաններից: $t = 0$ պահին $x = 0,\ \text{v} = 0$: Այդ պայմաններին բավարարում է $x = L\left(1 - \cos\omega t\right)$ ($\text{v} = \omega L\sin\omega t$): Այսպիսով չորսուն լրիվ կանցնի անողորկ տեղամասի վրա $\dfrac{1}{4}\dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{\pi L}{2\text{v}}$ ժամանակում:

5. S մակերեսով գլանաձև A անոթը ամրացված է: Դրա մեջ լողում է C գլանը, որից կախված է B անոթը: A անոթի պատի մեջ կա S_1 մակերեսով D անցք, որով ջուրը թափվում է B անոթի մեջ: Հայտնի է, որ եթե անցքը գտնվում է ջրի մակարդակից H հեռավորության վրա, ջուրը հոսում է $\text{v} = \sqrt{2gH}$ արագությամբ: Ինչպե՞ս կփոխվի ջրի արագությունն անցքը բացելուց հետո: C գլանի մակերեսը S_2 է, սկզբնական պահին դրա հիմքի հեռավորությունը A անոթի հիմքից h է:



Նկ.5

Լուծում: Երբ C գլանը լողում է, դրա վրա ազդող արքիմեդյան ուժը հավասար է դրա, B անոթի և B անոթում գտնվող ջրի գումարային ծանրության ուժին: Երբ ջուրը A անոթից լցվում է է B անոթ, դրանց գումարային զանգվածը աճում է A անոթից դուրս եկած ջրի զանգվածով, հետևաբար C գլանը իջնում է այդ դուրս մնած ջրի ծավալով: Այսպիսով, քանի դեռ C գլանը չի հասել A անոթի հիմքին, ջրի մակարդակը A անոթում չի փոխվում, հետևաբար արագությունը մնում է անփոփոխ՝ $\text{v} = \sqrt{2gH}$: Դա տևում է այնքան, մինչև C գլանի տակ գտնվող h բարձրությամբ ջուրը լրիվ դուրս է գալիս D անցքով: Այսպիսով ունենք՝

$$S_2 h = S_1\sqrt{2gH}\,t \Rightarrow t = \frac{S_2 h}{S_1\sqrt{2gH}}:$$

Դրանից հետո ջրի մակարդակը A անոթում իջնում է՝

$$\sqrt{2gH}\,S_1\Delta t = -\left(S - S_2\right)\Delta H \Rightarrow \frac{\Delta H}{\sqrt{H}} = -\frac{S_1\sqrt{2g}}{S - S_2}\Delta t:$$

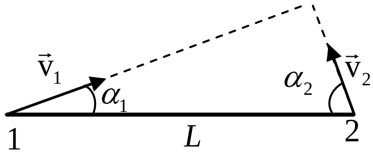
Այստեղից հետևում է, որ

$$\Delta\left(\sqrt{H}\right) = -\frac{S_1\sqrt{2g}}{S - S_2}\Delta t \Rightarrow \sqrt{H} - \sqrt{H_0} = -\frac{S_1\sqrt{2g}}{S - S_2}t:$$

Ջուրը լրիվ դուրս թափվելու դեպքում $H = 0$, ինչից ստանում ենք, որ $t_2 = \dfrac{H_0\left(S - S_2\right)^2}{2gS_1^2}$:

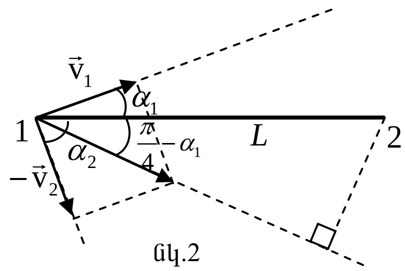
10-րդ դասարան

1. Երկու քար նույն v արագությամբ նետում են երկու կետից, որոնք գտնվում են նույն հորիզոնականի վրա: Կետերի միջև հեռավորությունը L է: Քարերից յուրաքանչյուրը ընկնում է մյուսի նետման կետում և դրանք թռիչքի ժամանակ չեն բախվում: Գտեք նվազագույն հեռավորությունը քարերի միջև թռիչքի ընթացքում:



նկ.1

<u>*Լուծում:*</u> Ունենք $L=\dfrac{\mathrm{v}^2\sin 2\alpha}{g}$, հետևաբար, եթե քարերը օդում չեն բախվում, նրանց նետման անկյունների գումարը 90^0 է՝ $\alpha_1=\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{Lg}{\mathrm{v}^2}$, $\alpha_2=\dfrac{\pi}{2}-\alpha_1$ (տե՛ս նկ. 1): Ժամանակի ընթացքում արագությունները փոխվում են հետևյալ օրենքով՝ $\vec{\mathrm{v}}_1=\vec{\mathrm{v}}_{1,0}+\vec{g}t$, $\vec{\mathrm{v}}_2=\vec{\mathrm{v}}_{2,0}+\vec{g}t$, հետևաբար դրանց հարաբերական արագությունը՝ $\vec{\mathrm{v}}_{12}=\vec{\mathrm{v}}_1-\vec{\mathrm{v}}_2=\vec{\mathrm{v}}_{1,0}-\vec{\mathrm{v}}_{2,0}$, այսինքն այն չի փոխվում ժամանակի ընթացքում: Այդ պատճառով խնդիրը հարմար է լուծել երկրորդ քարի հետ կախված հաշվարկման համակարգում, որտեղ առաջին քարը շարժվում է ուղիղ գծով: Դժվար չէ ստանալ, որ այդ ուղիղ գիծը քարերի նետման կետը միացնող ուղղի հետ կազմում է $\dfrac{\pi}{4}-\alpha_1$ անկյուն (տե՛ս նկ. 2): Հետևաբար նվազագույն հեռավորությունը քարերի միջև կլինի

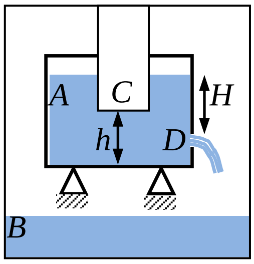


նկ.2

$$L\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha_1\right)=L\sqrt{\frac{1+\cos 2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha_1\right)}{2}}=L\sqrt{\frac{1+\sin 2\alpha_1}{2}}=L\sqrt{\frac{1+2gL/\mathrm{v}^2}{2}}=\frac{L}{\mathrm{v}}\sqrt{\frac{\mathrm{v}^2+2gL}{2}}:$$

2. S մակերեսով գլանաձև A անոթը ամրացված է: Դրա մեջ լողում է C գլանը, որից կախված է B անոթը: A անոթի պատի մեջ կա S_1 մակերեսով D անցք, որով ջուրը թափվում է B անոթի մեջ: Հայտնի է, որ եթե անցքը գտնվում է ջրի մակարդակից H հեռավորության վրա, ջուրը հոսում է $\mathrm{v}=\sqrt{2gH}$ արագությամբ: Ինչպե՞ս կփոխվի ջրի արագությունն անցքը բացելուց հետո:

C գլանի մակերեսը S_2 է, սկզբնական պահին դրա հիմքի հեռավորությունը A անոթի հիմքից h է:



Խնդ.3

<u>*Լուծում:*</u> Երբ C գլանը լողում է, դրա վրա ազդող արքիմեդյան ուժը հավասար է դրա, B անոթի և B անոթում գտնվող ջրի գումարային ծանրության ուժին: Երբ ջուրը A անոթից լցվում է է B անոթ, դրանց գումարային զանգվածը աճում է A անոթից դուրս եկած ջրի զանգվածով, հետևաբար C գլանը իջնում է այդ դուրս մղած ջրի ծավալով: Այսպիսով, քանի դեռ C գլանը չի հասել A անոթի հիմքին, ջրի մակարդակը A անոթում չի փոխվում, հետևաբար արագությունը մնում է անփոփոխ՝ $\mathrm{v}=\sqrt{2gH}$: Դա տևում է այնքան, մինչև C գլանի տակ գտնվող h բարձրությամբ ջուրը լրիվ դուրս է գալիս D անցքով: Այսպիսով ունենք՝

$$S_2h=S_1\sqrt{2gH}t\Rightarrow t=\frac{S_2h}{S_1\sqrt{2gH}}:$$

Դրանից հետո ջրի մակարդակը A անոթում իջնում է՝

$$\sqrt{2gH}S_1\Delta t=-\left(S-S_2\right)\Delta H\Rightarrow\frac{\Delta H}{\sqrt{H}}=-\frac{S_1\sqrt{2g}}{S-S_2}\Delta t:$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$\Delta\left(\sqrt{H}\right)=-\frac{S_1\sqrt{2g}}{S-S_2}\Delta t\Rightarrow\sqrt{H}-\sqrt{H_0}=-\frac{S_1\sqrt{2g}}{S-S_2}t:$$

Ջուրը լրիվ դուրս թափվելու դեպքում $H=0$, ինչից ստանում ենք, որ $t_2=\frac{H_0\left(S-S_2\right)^2}{2gS_1^2}$:

3. Ջերմամեկուսացված գլանաձև անոթի հատակին ցանցով ամրացված է 0^0C ջերմաստիճանի սառույցի կտոր: Այնուհետև անոթի մեջ լցնում են նույն զանգվածի ջուր: Ջուրը ամբողջությամբ ծածկում է սառույցը և ջրի մակարդակը $H=20$ սմ է: Ջերմային հավասարակշռություն հաստատվելուց հետո ջրի մակարդակը իջավ b –ով: Ջրի խտությունը $\rho_0=1,0\cdot10^3$ կգ/մ³, սառույցինը՝ $\rho_1=0,9\cdot10^3$ կգ/մ³, ջրի տեսակարար ջերմունակությունը՝ $C_0=$ 4,2 կՋ / (կգ • K), սառույցի տեսակարար ջերմունակությունը երկու անգամ փոքր է, դրա հալման տեսակարար ջերմությունը՝ $\lambda=3,3\cdot10^5$ Ջ / կգ:

ա) b -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հնարավոր է որոշել ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը:
բ) Գտեք ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը, եթե $b=0,40$ սմ:

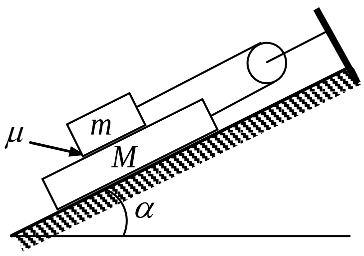
Լուծում: Նկատենք, որ եթե սառույցը լրիվ հալվի և վերջնական ջերմաստիճանը լինի 0^0C -ից բարձր, խնդրի տվյալները բավական չեն լինի ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը որոշելու համար: Ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը հնարավոր է որոշել միայն այն դեպքում, երբ վերջնական ջերմաստիճանը 0^0C և սառույցը լրիվ չի հալել: Սառույցի լրիվ հալվելու դեպքում ունենք $\frac{M}{\rho_0}+\frac{M}{\rho_1}=HS$, $\frac{M}{\rho_1}-\frac{M}{\rho_0}=b_0S$, որտեղից $b_0=H\frac{\rho_1-\rho_0}{\rho_1+\rho_0}=1,05$ սմ: Այսպիսով ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը կարելի է որոշել, եթե $b<b_0$:

Ուստի, եթե $b=0,40$ սմ, վերջնական ջերմաստիճանը $t_{\text{վ}}=0^0C$:

Ջերմային հաշվեկշռի հավասարումից ունենք՝ $cM(t_{\text{ջ}}-t_{\text{վ}})=\lambda m$, որտեղ m -ը հալված սառույցի զանգվածն է, M -ը՝ ջրինը: Ունենք նաև՝ $\frac{M}{\rho_0}+\frac{M}{\rho_1}=HS$, $\frac{m}{\rho_1}-\frac{m}{\rho_0}=bS$: Այս հավասարումներից ստանում ենք

$$t_{\text{ջ}}=\frac{\lambda b}{cH}\frac{\rho_1+\rho_0}{\rho_1-\rho_0}=29,8^0C:$$

4. Նկարում պատկերված համակարգում թեք հարթությունը ողորկ է և հորիզոնի հետ կազմում է α անկյուն: Չորսուների միջև շփման գործակիցը μ է: Վերևի չորսուի զանգվածը m է: M զանգվածի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը կլինի



- դադարի վիճակում.
- M զանգվածի իջնելու դեպքում գտեք մարմինների արագացումները:

Լուծում: Դիցուք համակարգը գտնվում է դադարի այնպիսի վիճակում, որ m զանգվածով մարմնի վրա ազդող շփման ուժն ուղղված է դեպի վեր: Հավասարակշռության պայմանները կլինեն

$$mg\sin\alpha=T+F_{\text{շփ}},\ Mg\sin\alpha+F_{\text{շփ}}=T,\ F_{\text{շփ}}\le\mu mg\cos\alpha:$$

Առաջին երկու հավասարումից կստանանք՝ $F_{\text{շփ}}=\frac{1}{2}\left(m-M\right)\sin\alpha$, և հաշվի առնելով նախորդ անհավասարությունը, կստանանք՝ $M\ge m\left(1-2\mu\,\text{ctg}\,\alpha\right)$: Եթե M զանգվածն այդ արժեքից փոքր է, m զանգվածով մարմինը կսահի դեպի ցած:

Եթե m զանգվածով մարմնի վրա ազդող շփման ուժը ուղղված է դեպի ներքև ունենք

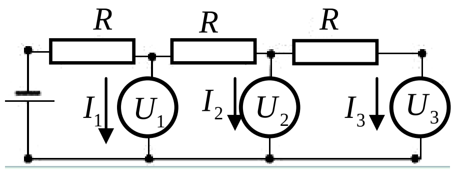
$$mg\sin\alpha+F_{\text{շփ}}=T,\ Mg\sin\alpha=T+F_{\text{շփ}},\ F_{\text{շփ}}\le\mu mg\cos\alpha:$$

Այժմ առաջին երկու հավասարումից կստանանք՝ $F_{\text{շփ}} = \dfrac{1}{2}(M-m)g\sin\alpha$ և վերջնական պայմանը կլինի $M \le m(1+2\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$: Եթե M զանգվածը այդ արժեքից փոքր է, m զանգվածով մարմինը կսահի դեպի վերև, իսկ M զանգվածը կիջնի:
Եթե M զանգվածը իջնում է, շարժման հավասարումները կլինեն,

$$Mg\sin\alpha - T - \mu mg\cos\alpha = Ma\,,\; T - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma\,,$$

որտեղից ստանում ենք՝

$$a = g\frac{(M-m)\sin\alpha - 2\mu m\cos\alpha}{M+m}:$$



5. Շղթան հավաքած է նույնանման դիմադրություններից և վոլտմետրերից (տե՛ս նկ.): Առաջին վոլտմետրի ցուցմունքը $U_1 = 4$ Վ է, երրորդինը՝ $U_3 = 2$ Վ: Ինչքա՞ն է երկրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը և մարտկոցի լարումը:
Լուծում: Եթե հոսանքի ուժերը վոլտմետրերով նշանակենք համապատասխանաբար I_1, I_2, I_3, ապա ունենք $U_1 = I_1R_V$, $U_2 = I_2R_V$, $U_3 = I_3R_V$: Մյուս կողմից ունենք՝
$U_2 = (R+R_V)I_3 = \dfrac{U_3}{R_V}R + U_3$, $U_1 = U_2 + R(I_2+I_3) = U_2 + R\dfrac{U_2+U_3}{R_V}$: Վերջին երկու հավասարումներից ստանում ենք

$$U_1 - U_2 = \frac{U_2+U_3}{U_3}(U_2-U_3) \Rightarrow U_2^2 + U_2U_3 - U_3^2 - U_1U_3 = 0:$$

Տեղադրելով թվային արժեքները ստանում ենք՝

$$U_2^2 + 2U_2 - 12 = 0 \Rightarrow U_2 = \left(\sqrt{13}-1\right) \approx 2,6\text{ Վ}:$$

Ունենք նաև $\dfrac{R}{R_V} = \dfrac{U_2 - U_3}{U_3} = 0,3$, ուրեմն՝

$$U = U_1 + R(I_1+I_2+I_3) = U_1 + (U_1+U_2+U_3)\frac{R}{R_V} = 6,5\text{ Վ}:$$

9-րդ դասարան

1. A վայրից B վայր դուրս է գալիս ավտոբուսը, իսկ B վայրից A վայր ՝ գնացքը: Եթե գնացքը մեկնի t_1=3 ժամ ավելի ուշ, քան ավտոբուսը, նրանք կհանդիպեն ճանապարհի կեսում: Իսկ եթե գնացքը մեկնի ավտոբուսից $t_2 = 1\text{ժ}12$ ր ուշ, ապա մինչև հանդիպումը ավտոբուսը կանցնի միայն AB հեռավորության 2/5 - րդ մասը: Ինչքա՞ն ժամանակ հետո և որտե՞ղ նրանք կհանդիպեն, եթե մեկնեն միաժամանակ:

Լուծում: Նշանակենք ավտոբուսի արագությունը $v_{\text{ա}}$, գնացքինը՝ $v_{\text{գ}}$, հեռավորությունը վայրերի միջև՝ S: Խնդրի պայմանից ունենք՝ $\frac{S}{2v_{\text{գ}}}+t_1=\frac{S}{2v_{\text{ա}}}$, $\frac{3S}{5v_{\text{գ}}}+t_2=\frac{2S}{5v_{\text{ա}}}$: Այս հավասարումներից ստանում ենք $t_{\text{գ}}=\frac{S}{v_{\text{գ}}}=4t_1-5t_2=6$ ժ, $t_{\text{ա}}=\frac{S}{v_{\text{ա}}}=6t_1-5t_2=12$ ժ: Եթե նրանք դուրս գան միաժամանակ, ապա կհանդիպեն

$$t=\frac{S}{v_{\text{ա}}+v_{\text{գ}}}=\frac{1}{\frac{v_{\text{ա}}}{S}+\frac{v_{\text{գ}}}{S}}=\frac{1}{\frac{1}{t_{\text{ա}}}+\frac{1}{t_{\text{գ}}}}=\frac{t_{\text{գ}}t_{\text{ա}}}{t_{\text{գ}}+t_{\text{ա}}}=\frac{12\cdot 6}{12+6}=4\,\text{ժ}$$

հետո:

Մինչև հանդիպումը ավտոբուսը կանցնի $S_{\text{ա}}=v_{\text{ա}}t=S\frac{t}{t_{\text{ա}}}=\frac{1}{3}S$:

2. Ջերմամեկուսացված գլանաձև անոթի հատակին ցանցով ամրացված է 0^0C ջերմաստիճանի սառույցի կտոր: Այնուհետև անոթի մեջ լցնում են նույն զանգվածի ջուր: Ջուրը ամբողջությամբ ծածկում է սառույցը և ջրի մակարդակը $H=20$ սմ է: Ջերմային հավասարակշռություն հաստատվելուց հետո ջրի մակարդակը իջավ b սմ –ով: Ջրի խտությունը $\rho_0=1,0\cdot10^3$ կգ/մ³, սառույցինը՝ $\rho_1=0,9\cdot10^3$ կգ/մ³, ջրի տեսակարար ջերմունակությունը՝ $C_0=$ 4,2 կՋ / (կգ · Կ), սառույցի տեսակարար ջերմունակությունը երկու անգամ փոքր է, դրա հալման տեսակարար ջերմությունը՝ $\lambda=3,3\cdot10^5$ Ջ / կգ:

ա) b -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հնարավոր է որոշել ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը:
բ) Գտեք ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը, եթե $b=0,40$ սմ:

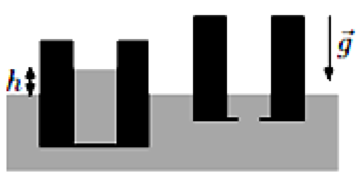
Լուծում: Նկատենք, որ եթե սառույցը լրիվ հալվի և վերջնական ջերմաստիճանը լինի 0^0C -ից բարձր, խնդրի տվյալները բավական չեն լինի ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը որոշելու համար: Ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը հնարավոր է որոշել միայն այն դեպքում, երբ վերջնական ջերմաստիճանը 0^0C և սառույցը լրիվ չի հալել: Սառույցի լրիվ հալվելու դեպքում ունենք $\frac{M}{\rho_0}+\frac{M}{\rho_1}=HS$, $\frac{M}{\rho_1}-\frac{M}{\rho_0}=b_0S$, որտեղից $b_0=H\frac{\rho_1-\rho_0}{\rho_1+\rho_0}=1,05$ սմ: Այսպիսով ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը կարելի է որոշել, եթե $b<b_0$:

Ուստի, եթե $b=0,40$ սմ, վերջնական ջերմաստիճանը $t_{\text{վ}}=0^0C$:

Ջերմային հաշվեկշռի հավասարումից ունենք՝ $cM(t_{\text{ջ}}-t_{\text{վ}})=\lambda m$, որտեղ m -ը հալված սառույցի զանգվածն է, M -ը՝ ջրինը: Ունենք նաև՝ $\frac{M}{\rho_0}+\frac{M}{\rho_1}=HS$, $\frac{m}{\rho_1}-\frac{m}{\rho_0}=bS$: Այս հավասարումներից ստանում ենք

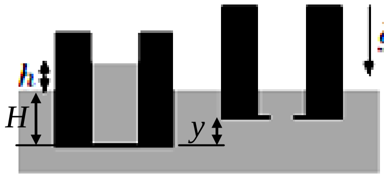
$$t_{\text{ջ}}=\frac{\lambda b}{cH}\frac{\rho_1+\rho_0}{\rho_1-\rho_0}=29,8^0C :$$

3. Հաստ պատերով գլանը, որի ներքին շառավիղը r է, արտաքինը՝ R , լողում է ջրավազանում այնպես, որ նրա մեջ ջրի մակարդակը բարձր է արտաքին ջրի մակարդակից h -ով (տե՛ս



նկ.): Գլանի բարակ հատակում առաջանում է փոքր անցք, որի հետևանքով գլանը դանդաղ բարձրանում է, չփոխելով իր ուղղաձիգ դիրքը: Գտեք ինչքանով կբարձրանա գլանը: Ազատ անկման արագացումը g է:

Լուծում: Պարզ է, որ վերջում ջրի մակարդակը գլանում հավասարվում է ջրի մակարդակին ջրավազանում: Գրենք հավասարակշռության պայմանը սկզբնական և վերջնական վիճակներում՝



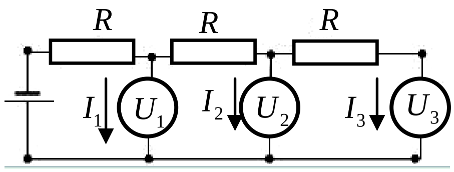
$$\rho SH = m + \rho s(H + h),$$

$$\rho S(H - y) = m + \rho s(H - y),$$

որտեղ $S = \pi R^2$, $s = \pi r^2$, H-ը՝ գլանի հիմքի հեռավորությունն է ջրի մակարդակից սկզբնական վիճակում, y-ը գլանի տեղափոխությունն է (տե'ս նկ.) , ρ-ն ջրի խտությունն է; Առաջին հավասարումից հանելով երկրորդը ստանում ենք

$$\rho Sy = \rho s(y + h) \Rightarrow y = \frac{hs}{S - s} = \frac{hr^2}{R^2 - r^2}:$$

4. Շղթան հավաքած է նույնանման դիմադրություններից և վոլտմետրերից (տե՛ս նկ.): Առաջին վորտմետրի ցուցմունքը $U_1 = 4$ Վ է, երրորդինը՝ $U_3 = 2$ Վ: Ինչքա՞ն է երկրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը և մարտկոցի լարումը:



Լուծում: Եթե հոսանքի ուժերը վոլտմետրերով նշանակենք հապապատասխանաբար I_1, I_2, I_3, ապա ունենք $U_1 = I_1 R_V$, $U_2 = I_2 R_V$, $U_3 = I_3 R_V$: Մյուս կողմից ունենք՝ $U_2 = (R + R_V) I_3 = \frac{U_3}{R_V} R + U_3$,

$U_1 = U_2 + R(I_2 + I_3) = U_2 + R\frac{U_2 + U_3}{R_V}$: Վերջին երկու հավասարումներից ստանում ենք

$$U_1 - U_2 = \frac{U_2 + U_3}{U_3}(U_2 - U_3) \Rightarrow U_2^2 + U_2 U_3 - U_3^2 - U_1 U_3 = 0:$$

Տեղադրելով թվային արժեքները ստանում ենք՝

$$U_2^2 + 2U_2 - 12 = 0 \Rightarrow U_2 = \left(\sqrt{13} - 1\right) \approx 2,6 \text{ Վ}:$$

Ունենք նաև $\frac{R}{R_V} = \frac{U_2 - U_3}{U_3} = 0,3$, ուրեմն՝

$$U = U_1 + R(I_1 + I_2 + I_3) = U_1 + (U_1 + U_2 + U_3)\frac{R}{R_V} = 6,5 \text{ Վ}:$$