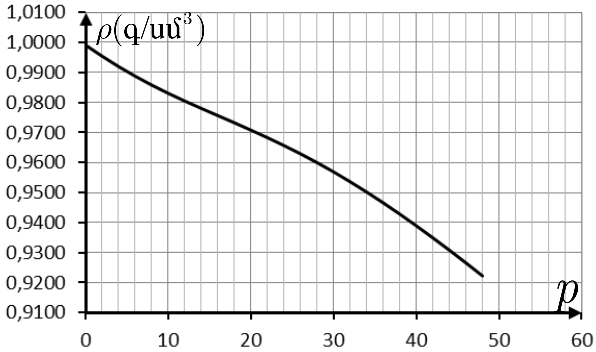
IX-դասարան

1. $m_u = 1,00$ կգ զանգվածով գլանաձև սառցի կտորը գտնվում է գլանաձև անոթում: : Սառույցի հիմքի մակերեսը $S_1 = 100$ սմ^2 է, անոթինը՝ $S_2 = 200$ սմ^2: Անոթի մեջ լցնում են $\rho_l = 0,94$ գ/սմ^3 խտությամբ սպիրտի ջրային լուծույթ: Սառույցի խտությունը $\rho_u = 0,90$ գ/սմ^3 է: Գտեք անոթում հեղուկի բարձրության փոփոխությունը սառույցն ամբողջությամբ հալվելուց հետո եթե,

ա) անոթի մեջ լցնում են $V_1 = 0,5$ լ սպիրտի ջրային լուծույթ:

բ) անոթի մեջ լցնում են $V_1 = 1,5$ լ սպիրտի ջրային լուծույթ:



Սպիրտի ջրային լուծույթի ρ խտության կախումը լուծույթում սպիրտի p զանգվածային տոկոսային պարունակությունից բերված է նկարում:

Լուծում: Նախ որոշենք սպիրտի պարունակությունը ջրային լուծույթներում: Գրաֆիկից տեսմնում ենք, որ 0,94 գ/սմ^3 լուծույթի խտության դեպքում $p = 40$, հետևաբար սպիտի զանգվածը կազմում է սկզբնական լուծույթի զանգվածի 0,4 մասը: Այսպիսով ա) դեպքում ունենք $500*0,4*0,94 = 188$ գ, իսկ երկրորդ դեպքում՝ 564գ սպիրտ:

Գտնենք, ինչքան լուծույթ կպահանջվի սառույցի լողալու համար: Ունենք

$m_u g = \rho_l g S_1 h_l \Rightarrow V_l = \dfrac{m_u}{\rho_l}\dfrac{S_2 - S_1}{S_1} = 1,064$ կգ: Ուստի ա դեպքում սառույց չի լողա, երկրորդ դեպքում՝ կլողա: Այժմ դիտարկենք դեպքերը:

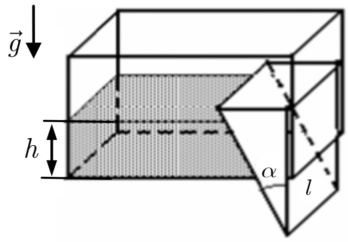
ա) Լուծութի բարձրությունը կլինի $h_1 = \dfrac{V_1}{S_2 - S_1} = 5$ սմ: Սառույցի հալվելուց հետո ունենք նոր լուծույթ, որի զանգվածը $1000 + 0,94*500 = 1470$ գ է, որում կա 188գ սպիրտ:Սպիրտի տոկոսային պարունակությունը կլինի $188/1470 = 0,13 \Rightarrow 13\%$, որին համապատասխանում է 0,98 գ/սմ^3 խտությունը: Այսպիսով վերջնական լուծույթի բարձրությունը կլինի $h_1' = \dfrac{1470}{0,98 \cdot 200} = 7,5$ սմ: Լուծույթի մակարդակը բարձրացավ 2,5սմ-ով:

բ) Այս դեպքում սառույցը լողում է և լուծույթի բարձրությունը կլինի

$$h_2 = \frac{m_u + \rho_l \cdot V_2}{\rho_l \cdot S_2} = \frac{1000 + 0,94 \cdot 1500}{0,94 \cdot 200} = 12,8 \text{ սմ:}$$

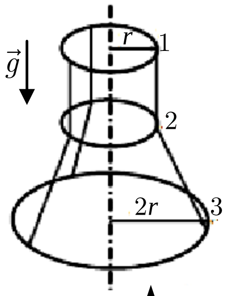
Սառույցի հալվելուց հետո ունենք նոր լուծույթ, որի զանգվածը $1000 + 0,94 \cdot 1500 = 2410$ գ է, որում կա 564գ սպիրտ: Սպիրտի տոկոսային պարունակությունը կլինի $564 / 2410 = 0,23 \Rightarrow 23\%$, որին համապատասխանում է 0,97 գ/սմ^3 խտությունը: Այսպիսով, վերջնական լուծույթի բարձրությունը կլինի $h_1' = \dfrac{2410}{0,97 \cdot 200} = 12,4$ սմ: Լուծույթի մակարդակը իջավ $0,4$ սմ-ով:

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի տեսքով անոթի հիմքի ուղղանկյուն անցքը փակված է $\alpha = 30^0$ գազաքի անկյունով M զանգվածով սեպով (տե՛ս նկարը): Ի՞նչ առավելագույն h բարձրությամբ ջուր կարելի է լցնել այդ անոթի մեջ: Սեպի ուղղաձիգ պատի հետ շփումն անտեսեք: Ջրի խտությունը ρ է, սեպի լայնությունը՝ l:

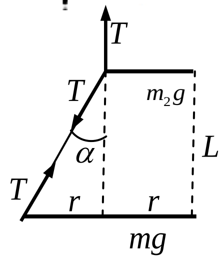


Լուծում: Եթե ջրի մակարդակը h է, թեք հարթության վրա ազդող ուժի ուղղաձիգ բաղադրիչը հավասար է $\frac{1}{2}\rho g h \cdot l \cdot h \,\mathrm{tg}\,\alpha$, ուստի սեպի չբարձրանալու պայմանը կլինի $Mg \ge \frac{1}{2}\rho g h^2 l\,\mathrm{tg}\,\alpha$, իսկ ջրի առավելագույն խորությունը $h=\sqrt{\frac{2M}{\rho l\,\mathrm{tg}\,\alpha}}$:

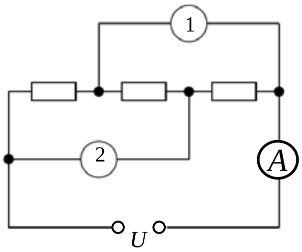
3. Նույն երկարությամբ երեք չձգվող թել կապված են հավասար հեռավորությունների վրա r շառավղով 1 օղակին և նույնանման կապված են $2r$ շառավղով 3 օղակին, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Թելերն անցնում են r շառավղով 2 օղակի միջով: 2 և 3 օղակների կենտրոնների հեռավորությունը՝ $L=2r$: 3-րդ օղակի զանգվածը m է: 1 օղակը պահում են հորիզոնական դիրքում և համակարգը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում: Գտեք երկրորդ օղակի զանգվածը: Ազատ անկման արագացումը g է:



Լուծում: 3-րդ օղակի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռության պայմանը՝ $T\cos\alpha = mg$: Հաշվի առնելով, որ $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, ստանում ենք $T=\frac{\sqrt{5}mg}{2}$: 2-րդ օղակի հավասարակշռության պայմանն է $T - T\cos\alpha = m_2 g$, որտեղից ստացվում է $m_2 = m\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-1\right)$:

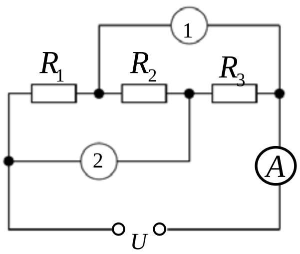


4.Շղթայի երեք դիմադրություններից երկուսը նույնն են, երրորդ դիմադրությունը ուրիշ է: Երբ շղթայում նշված տեղերում միացված են իդեալական վոլտմետրեր, վերևինը (1) ցույց տվեց $V_1 = 2$ Վ, ներքևինը (2) ՝ $V_2 = 3$ Վ: Եթե վոլտմետրերի փոխարեն միացնեն իդեալական ամպերմետրեր, վերևինը ցույց կտա $I_1 = 0,06$ Ա:



ա) Ինչքա՞ն է շղթային միացված աղբյուրի U լարումը:
բ) Ինչքա՞ն հոսանք ցույց կտա այդ դեպքում երկրորդ ամպերմետրը:
գ) Ինչքա՞ն հոսանք ցույց կտա այդ դեպքում A ամպերմետրը:

Լուծում: Քանի որ վոլտմետրերի ցուցմունքները տարբեր են, պարզ է, որ նույնն են կամ R_1-ը և R_2-ը, կամ էլ R_2-ը և R_3-ը: Դիտարկենք առաջին դեպքը: Այս դեպքում R_1-ի վրա լարումը կլինի 1,5Վ, ուստի R_3-ի վրա լարման անկումը 0,5Վ է: Դա նշանակում է, որ $R_1 = 3R_3$ և $U = 3,5$ Վ: Երբ վոլտմետրերի փոխարեն միացնեն իդեալական ամպերմետրեր, որոնց ներքին դիմադրությունը զրո է, ստանում ենք որ բոլոր դիմադրությունները միցված են անմիջապես աղբյուրի սեղմակներին: Այդ դեպքում 1-ին ամպերմետրի ցուցմունքը կլինի

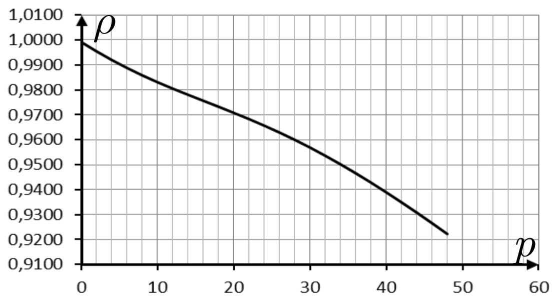


$I_1 = \frac{U}{R_1}+\frac{U}{R_2} = 0,06 \Rightarrow \frac{U}{R_1} = 0,03$ Ա: Այդ դեպքում $I_2 = \frac{U}{R_3}+\frac{U}{R_2} = 4\frac{U}{R_1} = 0,12$ Ա, իսկ A ամպերմետրի ցուցմունքը կլինի $I = \frac{U}{R_1} + I_2 = 0,15$ Ա:

Երկրորդ դեպքում $U = 4$ Վ, $R_1 = 2R_2$, $\frac{U}{R_1} = 0,02$, $I_2 = \frac{U}{R_3}+\frac{U}{R_2} = 4\frac{U}{R_1} = 0,08$ Ա, $I = \frac{U}{R_1} + I_2 = 0,1$ Ա:

X-դասարան

1. $m_u = 1,00$ կգ զանգվածով գլանաձև սառցի կտորը գտնվում է գլանաձև անոթում: : Սառույցի հիմքի մակերեսը $S_1 = 100$ սմ^2 է, անոթինը՝ $S_2 = 200$ սմ^2: Անոթի մեջ լցնում են $\rho_l = 0,94$ գ/սմ^3 խտությամբ սպիրտի ջրային լուծույթ: Սառույցի խտությունը $\rho_u = 0,90$ գ/սմ^3 է: Գտեք անոթում հեղուկի բարձրության փոփոխությունը սառույցն ամբողջությամբ հալվելուց հետո եթե,



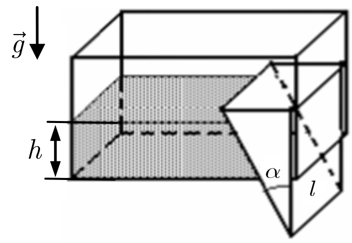
ա) անոթի մեջ լցնում են $V_1 = 0,5$ լ սպիրտի ջրային լուծույթ:
բ) անոթի մեջ լցնում են $V_1 = 1,5$ լ սպիրտի ջրային լուծույթ:
Սպիրտի ջրային լուծույթի ρ խտության կախումը լուծույթում սպիրտի p զանգվածային տոկոսային պարունակությունից բերված է նկարում:

<u>Լուծում:</u> Նախ որոշենք սպիրտի պարունակությունը ջրային լուծույթներում: Գրաֆիկից տեսմնում ենք, որ 0,94 գ/սմ^3 լուծույթի խտության դեպքում $p = 40$, հետևաբար սպիտի զանգվածը կազմում է սկզբնական լուծույթի զանգվածի 0,4 մասը: Այսպիսով ա) դեպքում ունենք $500*0,4*0,94 = 188$ գ, իսկ երկրորդ դեպքում՝ 564գ սպիրտ:
Գտնենք, ինչքան լուծույթ կպահանջվի սառույցի լողալու համար: Ունենք
$m_u g = \rho_l g S_1 h_l \Rightarrow V_l = \dfrac{m_u}{\rho_l}\dfrac{S_2 - S_1}{S_1} = 1,064$ կգ: Ուստի ա դեպքում սառույց չի լողա, երկրորդ դեպքում՝ կլողա: Այժմ դիտարկենք դեպքերը:
ա) Լուծույթի բարձրությունը կլինի $h_1 = \dfrac{V_1}{S_2 - S_1} = 5$ սմ: Սառույցի հալվելուց հետո ունենք նոր լուծույթ, որի զանգվածը $1000 + 0,94*500 = 1470$ գ է, որում կա 188գ սպիրտ:Սպիրտի տոկոսային պարունակությունը կլինի $188/1470 = 0,13 \Rightarrow 13\%$, որին համապատասխանում է 0,98 գ/սմ^3 խտությունը: Այսպիսով վերջնական լուծույթի բարձրությունը կլինի $h_1' = \dfrac{1470}{0,98 \cdot 200} = 7,5$ սմ: Լուծույթի մակարդակը բարձրացավ 2,5սմ-ով:
բ) Այս դեպքում սառույցը լողում է և լուծույթի բարձրությունը կլինի

$$h_2 = \frac{m_u + \rho_l \cdot V_2}{\rho_l \cdot S_2} = \frac{1000 + 0,94 \cdot 1500}{0,94 \cdot 200} = 12,8 \text{ սմ:}$$

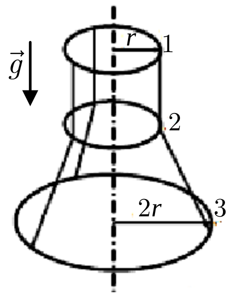
Սառույցի հալվելուց հետո ունենք նոր լուծույթ, որի զանգվածը $1000 + 0,94 \cdot 1500 = 2410$ գ է, որում կա 564գ սպիրտ: Սպիրտի տոկոսային պարունակությունը կլինի $564/2410 = 0,23 \Rightarrow 23\%$, որին համապատասխանում է 0,97 գ/սմ^3 խտությունը: Այսպիսով, վերջնական լուծույթի բարձրությունը կլինի $h_1' = \dfrac{2410}{0,97 \cdot 200} = 12,4$ սմ: Լուծույթի մակարդակը իջավ $0,4$ սմ-ով:

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի տեսքով անոթի հիմքի ուղղանկյուն անցքը փակված է α գագաթի անկյունով M զանգվածով սեպով (տե՛ս նկարը): Ի՞նչ առավելագույն h բարձրությամբ ջուր կարելի է լցնել այդ անոթի մեջ, եթե սեպի ուղղաձիգ պատի հետ շփման գործակիցը μ է: Ջրի խտությունը ρ է, սեպի լայնությունը l է:

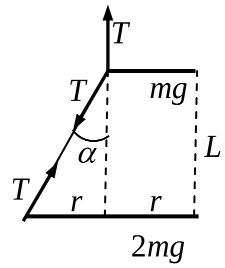


<u>Լուծում:</u> Եթե ջրի մակարդակը h է, թեք հարթության վրա ազդող ուժի ուղղաձիգ բաղադրիչը հավասար է $\frac{1}{2}\rho gh \cdot l \cdot h \operatorname{tg}\alpha$, իսկ պատի վրա

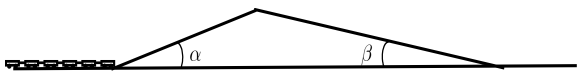
ազդող ուժը հավասար է $\frac{1}{2}\rho g h^2 l$, հետևաբար շփման ուժի առավելագույն արժեքը հավասար է $\mu\frac{1}{2}\rho g h^2 l$: Ուստի սեպի չբարձրանալու պայմանը կլինի $Mg+\mu\frac{1}{2}\rho g h^2 l \ge \frac{1}{2}\rho g h^2 l\,\mathrm{tg}\,\alpha$, իսկ ջրի առավելագույն խորությունը $h=\sqrt{\frac{2M}{\rho l\left(\mathrm{tg}\,\alpha-\mu\right)}}$:



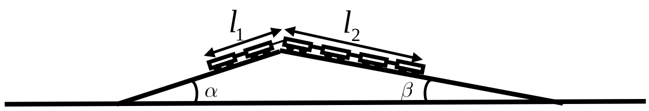
3. Նույն երկարությամբ երեք չձգվող թել կապված են հավասար հեռավորությունների վրա r շառավղով 1 օղակին և նույնանման կապված են $2r$ շառավղով 3 օղակին, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Թելերը անցնում են r շառավղով 2 օղակի միջով: Բոլոր օղակները պատրաստված են նույն լարից: 1 օղակը պահում են հորիզոնական դիրքում և համակարգը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում: Գտեք 2 և 3 օղակների կենտրոնների հեռավորությունը: Շփումն անտեսեք: Ազատ անկման արագացումը g է:



Լուծում: Նշանակենք փոքր օղակի զանգվածը mg: 3-րդ օղակի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռության պայմանը՝ $T\cos\alpha=2mg$, իսկ 2-րդ օղակինը՝ $T-T\cos\alpha=mg$, որտեղից ստացվում է $T=3mg$, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$: Այժմ կարող ենք գտնել կենտրոնների հեռավորությունը՝ $L=r\,\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{2\sqrt{5}r}{5}$:



4. m զանգվածով և L երկարությամբ գնացքը մոտենում է L երկարությամբ՝ հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող բլրակի լանջին, որը այնուհետև վերադառնում է սկզբնական հորիզոնական մակարդակին հորիզոնի հետ $\beta<\alpha$ անկյուն կազմող լանջով:
$\sin\alpha=2\sin\beta=0{,}1$
ա. Ի՞նչ սկզբնական արագության դեպքում գնացքը կանցնի բլրակը:
բ. Ինչքա՞ն ժամանակ գնացքի շարժումը կլինի հավասարաչափ արագացող եթե սկզբնական արագությունը մի փոքր մեծ լինի այդ արագությունից:



Լուծում: Հավասարակշռության վիճակում գնացքը կգտնվի սարի գագաթում այնպես, որ $l_1\sin\alpha=l_2\sin\beta \Rightarrow l_1=l\frac{\sin\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}$: Այդ դեպքում գնացքի զանգվածի կենտրոնը կլինի սկզբնական մակարդակից

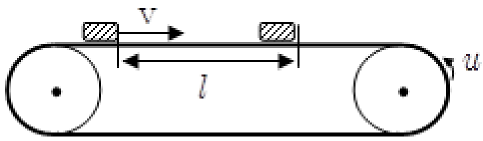
$$h=l\sin\alpha-\frac{1}{2}l_1\sin\alpha=\frac{l\sin\alpha\left(2\sin\alpha+\sin\beta\right)}{2\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}$$

բարձրության վրա: Բլրակը հաղթահարելու համար պահանջվող նվազագույն արագությունը կգտնենք էներգիայի պահպանման օրենքից՝

$$\frac{m\mathrm{v}_0^2}{2}=mgh \Rightarrow \mathrm{v}_0=\sqrt{gl\frac{\sin\alpha\left(2\sin\alpha+\sin\beta\right)}{\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}}:$$

Գնացքի շարժումը դառնում է հավասարաչափ արագացող այն պահին, երբ այն լրիվ անցնում է բլրակի աջ տեղամասը: Այդ պահին նրա արագությունը որոշվում է այն պայմանից որ զանգվածի կենտրոնը գտնվում է հորիզոնականից $h_1=l\left(\sin\alpha-\frac{1}{2}\sin\beta\right)$ բարձրության վրա: Ուստի դրա v_1 արագությունը որոշելու համար ունենք՝ $\frac{m\mathrm{v}_1^2}{2}=mg\left(h-h_1\right)=mgl\frac{\sin^2\beta}{2\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}$: Հավասարաչափ արագացող շարժումը ավարտվում է, երբ գնացքի սկիզբը հասնում է հորիզոնական մակարդակին, որի դեպքում գնացքի արագությունը v_2 է՝ $\dfrac{m\mathrm{v}_2^2}{2} = mg\left(h - \dfrac{1}{2}l\sin\beta\right) = mgl\dfrac{2\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{2(\sin\alpha + \sin\beta)}$: Քանի որ այդ հավասարաչափ արագացող շարժման դեպքում արագացումը $g\sin\beta$ է, ժամանակը կլինի $t = \dfrac{\mathrm{v}_2 - \mathrm{v}_1}{g\sin\alpha}$:

5. Փոխադրիչի ժապավենը շարժվում է u արագությամբ: Ժապավենի վրա՝ դրա շարժմանը հակառակ ուղղությամբ, բաց են թողնում v արագությամբ շարժվող տափօղակ, որը հեռանում է նետման կետից առավելագույնը l-ով: Ինչքա՞ն ժամանակից տափօղակը կվերադառնա նետման կետը:



Լուծում: Տափօղակի արագացումը μg է, հետևաբար այն կհեռանա սկզբնական դիրքից l չափով և $\mathrm{v}^2 = 2\mu gl$: Վերադառնալուց տափօղակը շարժվում է նույն արագացմամբ և հասնում է u արագության անցնելով $l_1 = \dfrac{u^2}{2\mu g}$ ճանապարհ: Հնարավոր է երկու դեպք՝ $l_1 \le l$ ($\mathrm{v} \le u$), $l_1 \ge l$ ($\mathrm{v} \ge u$):

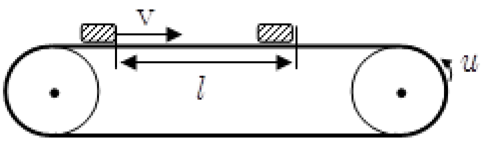
Առաջին դեպքում տափօղակը կվերադառնա սկզբնակետը $t_1 = \dfrac{4l}{\mathrm{v}}$ ժամանակում, երկրորդ դեպքում տափօղակը կանցնի l ճանապարհը $\tau_1 = \dfrac{2l}{\mathrm{v}}$ ժամանակում, դրանից հետո մինչև դրա արագությունը հավասարվի փոխադրիչի արագությանը տափօղակը կանցնի $l_1 = \dfrac{u^2}{2\mu g} = \dfrac{u^2}{\mathrm{v}^2}l$ ճանապարհ $\tau_2 = \dfrac{2l_1}{u} = \dfrac{2u}{\mathrm{v}^2}l$ ժամանակում: Այն վերադառնա սկզբնակետը անցնելով նաև $l - l_1$ ճանապարհ հաստատուն u արագությամբ $\tau_3 = \dfrac{l - l_1}{u} = l\dfrac{(\mathrm{v}^2 - u^2)}{u\mathrm{v}^2}$ ժամանակում: Ուստի, երբ $\mathrm{v} \ge u$, տափօղակը կվերադառնա սկզբնակետը

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \frac{2l}{\mathrm{v}} + \frac{2lu}{\mathrm{v}^2} + l\frac{(\mathrm{v}^2 - u^2)}{u\mathrm{v}^2} = \frac{l(\mathrm{v}+u)^2}{u\mathrm{v}^2}$$

ժամանակում:

XI-դասարան

1. Փոխադրիչի ժապավենը շարժվում է u արագությամբ: Ժապավենի վրա՝ դրա շարժմանը հակառակ ուղղությամբ, բաց են թողնում v արագությամբ շարժվող տափօղակ, որը հեռանում է նետման կետից առավելագույնը l-ով: Ինչքա՞ն ժամանակից տափօղակը կվերադառնա նետման կետը:



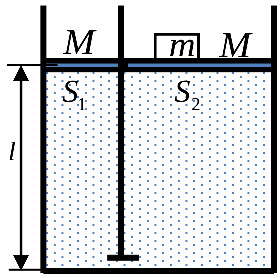
<u>Լուծում:</u> Տափօղակի արագացումը μg է, հետևաբար այն կհեռանա սկզբնական դիրքից l չափով և $\mathrm{v}^2 = 2\mu g l$: Վերադառնալուց տափօղակը շարժվում է նույն արագացմամբ և հասնում է u արագության անցնելով $l_1 = \dfrac{u^2}{2\mu g}$ ճանապարհ: Հնարավոր է երկու դեպք՝ $l_1 \le l$ ($\mathrm{v} \le u$), $l_1 \ge l$ ($\mathrm{v} \ge u$):

Առաջին դեպքում տափօղակը կվերադառնա սկզբնակետը $t_1 = \dfrac{4l}{\mathrm{v}}$ ժամանակում, երկրորդ դեպքում տափօղակը կանցնի l ճանապարհը $\tau_1 = \dfrac{2l}{\mathrm{v}}$ ժամանակում, դրանից հետո մինչև դրա արագությունը հավասարվի փոխադրիչի արագությանը տափօղակը կանցնի $l_1 = \dfrac{u^2}{2\mu g} = \dfrac{u^2}{\mathrm{v}^2} l$ ճանապարհ $\tau_2 = \dfrac{2l_1}{u} = \dfrac{2u}{\mathrm{v}^2} l$ ժամանակում: Այն վերադառնա սկզբնակետը անցնելով նաև $l - l_1$ ճանապարհ հաստատուն u արագությամբ $\tau_3 = \dfrac{l - l_1}{u} = l \dfrac{\left(\mathrm{v}^2 - u^2\right)}{u \mathrm{v}^2}$ ժամանակում: Ուստի, երբ $\mathrm{v} \ge u$, տափօղակը կվերադառնա սկզբնակետը

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \frac{2l}{\mathrm{v}} + \frac{2lu}{\mathrm{v}^2} + l\frac{\left(\mathrm{v}^2 - u^2\right)}{u \mathrm{v}^2} = \frac{l\left(\mathrm{v} + u\right)^2}{u \mathrm{v}^2}$$

ժամանակում:

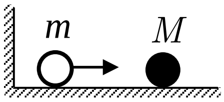
2. S_1 և S_2 հատույթներով երկու ուղղաձիգ գլան հաղորդակցվում են ներքևում գտնվող նեղ անցքով: Գլանները լցված են գազով և վերևից փակված են նույն M զանգվածով մխոցներով: Հավասարակշռության դեպքում նրանք գտնվում են l բարձրության վրա, ընդ որում այդ դեպքում մեծ մխոցի վրա դրված է m զանգվածով լրացուցիչ բեռ: Ի՞նչ բարձրության վրա կգտնվի այդ մխոցը լրացուցիչ բեռը հեռացնելուց հետո: Ջերմաստիճանը հաստատուն է, ազատ անկման արագացումը g է, մթնոլորտային ճնշումը՝ p_0:



<u>Լուծում:</u> Մխոցների հավասարակշռության պայմանից ունենք $p_1 = p_0 + \dfrac{Mg}{S_1} = p_0 + \dfrac{(M+m)g}{S_2}$: Բեռը հանելուց հետո աջ մասում ճնշումը դառնում է $p_2 = p_0 + \dfrac{Mg}{S_2}$, որի դեպքում ձախ մխոցը չի կարող լինել հավասարակշռության մեջ որևէ կետում: Ուստի այն կիջնի մինչև հիմք և գազը լրիվ կզբաղեցնի աջ մասը: Քանի որ ջերմաստիճանը հաստատուն է, ունենք $p_1\left(S_1 + S_2\right)l = p_2 S_2 h$, որտեղից ստանում ենք, որ աջ մխոցի բարձրությունը կլինի $h = \dfrac{S_1 + S_2}{S_2} \dfrac{p_0 S_2 + (M+m)g}{p_0 S_2 + Mg} l$: Եթե $p_0 \ll \dfrac{Mg}{S_2}$, ունենք $\dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{M+m}{m}$:

Այսպիսով՝ $h = \dfrac{2M+m}{M} l$:

3. M զանգվածով գունդը գտնվում է ողորկ հորիզոնական հարթության վրա, ուղղաձիգ պատից որոշ հեռավորությամբ: Նույն շառավղով m զանգվածով գունդը, շարժվելով պատի կողմից վերջինիս ուղղահայաց ուղղությամբ, բախվում է M գնդին: Բախումը բացարձակ առաձգական է: $\frac{M}{m}$ -ի ինչ արժեքների դեպքում գնդերը կբախվեն առնվազն երեք անգամ: m զանգվածով գնդի բախումը պատի հետ բացարձակ առաձգական է:

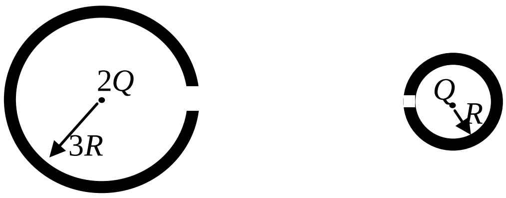


Լուծում: Եթե սկզբնական արագությունը v է, առաձգական բախումից հետո գնդիկների արագությունները կլինեն $u_1 = k\,\mathrm{v}$, $\mathrm{v}_1 = \mathrm{v}(1-k)$, որտեղ $k = \frac{2m}{M+m}$: Երկրորդ բախում կլինի, եթե $\mathrm{v}_1 > u_1$: Երկրորդ բախումը դիտարկենք M զանգվածով գնդի արագությամբ շարժվող համակարգում: Այդ համակարգում երկրորդ բախման ժամանակ m զանգվածով գնդի սկզբնական արագությունը կլինի $\mathrm{v}_1' = \mathrm{v}(1-k) - k\,\mathrm{v} = \mathrm{v}(1-2k)$: Բախումից հետո M զանգվածով գնդի արագությունը կլինի $u_2' = k\,\mathrm{v}_1' = k\,\mathrm{v}(1-2k)$, իսկ սկզբնական հաշվարկման համակարգում՝ $u_2 = u_2' + k\,\mathrm{v} = 2k\,\mathrm{v}(1-k)$: m զանգվածով գնդի արագությունը երկրորդ բախումից հետո կլինի $\mathrm{v}_2' = (1-k)\mathrm{v}_1' = \mathrm{v}(1-2k)(1-k)$ և ուղղված է համակարգի շարժմանը հակառակ ուղղությամբ: Սկզբնական համակարգում դրա արագության մոդուլը կլինի $\mathrm{v}_2 = \mathrm{v}_2' - k\,\mathrm{v} = \mathrm{v}\left(1-4k+2k^2\right)$: Երրորդ բախումը կլինի, եթե $\mathrm{v}_2 > u_2$: Այստեղից ստանում ենք

$1-4k+2k^2 > 2k(1-k) \Rightarrow 4k^2-6k+1>0$: Անհավասարությունը ճիշտ է, երբ $k < \frac{3-5}{2}$, որտեղից

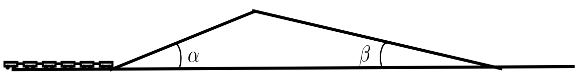
կստանանք $\frac{M}{m} > 2\sqrt{5}+5$:

4. Իրարից շատ հեռացված R և $3R$ ներքին շառավիղներով մետաղե գնդոլորտների հաստությունը $d = R/20$ է: Գնդերի կենտրոններում տեղադրված են համապատասխանաբար Q և $2Q$ լիցքերը: Ի՞նչ նվազագույն աշխատանք պետք է կատարել այդ լիցքերի տեղերը փոխանակելու համար (դրա համար պատերում նախատեսված են փոքր անցքեր):



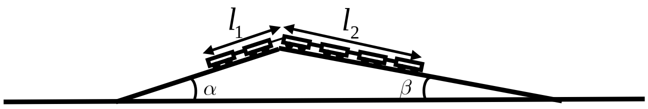
Լուծում: Էլեկտրական դաշտի էներգիան տարբերվում է երկու կետային դաշտի էներգիաների գումարից նրանով, որ մետաղների մեջ դաշտի լարվածությունը զրո է: Առաջին դեպքում լրիվ էներգիան փոքր է լիցքերի էներգիայից $4\pi(3R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{2Q}{(3R)^2}\right)^2}{2} + 4\pi(R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{Q}{(R)^2}\right)^2}{2} = \frac{13}{18}\frac{kQ^2d}{R^2}$ -ով: Լիցքերի տեղերը փոխելուց հետո դաշտը ամենուրեք լինում է նույնը, բացառությամբ մետաղների մեջ: Այս դեպքում ունենք $4\pi(3R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{Q}{(3R)^2}\right)^2}{2} + 4\pi(R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{2Q}{(R)^2}\right)^2}{2} = \frac{37}{18}\frac{kQ^2d}{R^2}$: Հետևաբար լիցքերի տեղերը փոխելուց հետո դաշտի էներգիան նվազում է և այդ գործողության համար պետք է կատարել $A = \frac{13}{18}\frac{kQ^2d}{R^2} - \frac{37}{18}\frac{kQ^2d}{R^2} = -\frac{4}{3}\frac{kQ^2d}{R^2}$ աշխատանք:

5. m զանգվածով և L երկարությամբ գնացքը մոտենում է L երկարությամբ՝ հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող բլրակի լանջին, որը այնուհետև վերադառնում է սկզբնական հորիզոնական մակարդակին հորիզոնի հետ $\beta < \alpha$ անկյուն կազմող լանջով: $\sin\alpha = 2\sin\beta = 0{,}1$



ա. Ի՞նչ սկզբնական արագության դեպքում գնացքը կանցնի բլրակը:

բ. Ինչքա՞ն ժամանակ գնացքի շարժումը կլինի հավասարաչափ արագացող եթե սկզբնական արագությունը մի փոքր մեծ լինի այդ արագությունից:



Լուծում: Հավասարակշռության վիճակում գնացքը կգտնվի սարի գագաթում այնպես, որ $l_1 \sin\alpha = l_2 \sin\beta \Rightarrow l_1 = l \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta}$: Այդ դեպքում գնացքի զանգվածի կենտրոնը կլինի սկզբնական մակարդակից

$$h = l\sin\alpha - \frac{1}{2} l_1 \sin\alpha = \frac{l\sin\alpha\left(2\sin\alpha + \sin\beta\right)}{2\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)}$$

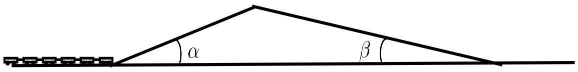
բարձրության վրա: Բլրակը հաղթահարելու համար պահանջվող նվազագույն արագությունը կգտնենք էներգիայի պահպանման օրենքից՝

$$\frac{m\mathrm{v}_0^2}{2} = mgh \Rightarrow \mathrm{v}_0 = \sqrt{gl\frac{\sin\alpha\left(2\sin\alpha + \sin\beta\right)}{\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)}}:$$

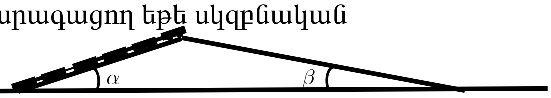
Գնացքի շարժումը դառնում է հավասարաչափ արագացող այն պահին, երբ այն լրիվ անցնում է բլրակի աջ տեղամասը: Այդ պահին նրա արագությունը որոշվում է այն պայմանից որ զանգվածի կենտրոնը գտնվում է հորիզոնականից $h_1 = l\left(\sin\alpha - \frac{1}{2}\sin\beta\right)$ բարձրության վրա: Ուստի դրա v_1 արագությունը որոշելու համար ունենք՝ $\dfrac{m\mathrm{v}_1^2}{2} = mg\left(h - h_1\right) = mgl\dfrac{\sin^2\beta}{2\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)}$: Հավասարաչափ արագացող շարժումը ավարտվում է, երբ գնացքի սկիզբը հասնում է հորիզոնական մակարդակին, որի դեպքում գնացքի արագությունը v_2 է՝ $\dfrac{m\mathrm{v}_2^2}{2} = mg\left(h - \frac{1}{2}l\sin\beta\right) = mgl\dfrac{2\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{2\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)}$: Քանի որ այդ հավասարաչափ արագացող շարժման դեպքում արագացումը $g\sin\beta$ է, ժամանակը կլինի $t = \dfrac{\mathrm{v}_2 - \mathrm{v}_1}{g\sin\alpha}$:

XII-դասարան

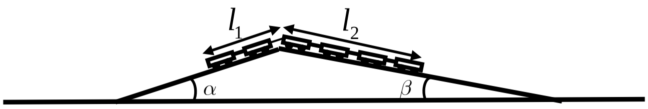
1. m զանգվածով և L երկարությամբ գնացքը մոտենում է L երկարությամբ՝ հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող բլրակի լանջին, որը այնուհետև վերադառնում է սկզբնական հորիզոնական մակարդակին հորիզոնի հետ $\beta < \alpha$ անկյուն կազմող լանջով: $\sin\alpha = 2\sin\beta = 0{,}1$



ա. Ի՞նչ սկզբնական արագության դեպքում գնացքը կանցնի բլրակը:
բ. Ինչքա՞ն ժամանակ գնացքի շարժումը կլինի հավասարաչափ արագացող եթե սկզբնական արագությունը մի փոքր մեծ լինի այդ արագությունից:
գ. Գտեք բլրակի վրա գնացքի «բարձրանալու՞ ժամանակը:



Լուծում: Հավասարակշռության վիճակում գնացքը կգտնվի սարի գագաթում այնպես, որ $l_1\sin\alpha = l_2\sin\beta \Rightarrow l_1 = l\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}$: Այդ դեպքում գնացքի զանգվածի կենտրոնը կլինի սկզբնական մակարդակից



$$h = l\sin\alpha - \frac{1}{2}l_1\sin\alpha = \frac{l\sin\alpha\left(2\sin\alpha+\sin\beta\right)}{2\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}$$

բարձրության վրա: Բլրակը հաղթահարելու համար պահանջվող նվազագույն արագությունը կգտնենք էներգիայի պահպանման օրենքից՝

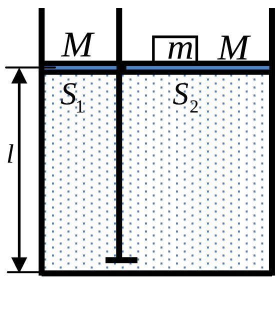
$$\frac{m\mathrm{v}_0^2}{2} = mgh \Rightarrow \mathrm{v}_0 = \sqrt{gl\frac{\sin\alpha\left(2\sin\alpha+\sin\beta\right)}{\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}}:$$

Գնացքի շարժումը դառնում է հավասարաչափ արագացող այն պահին, երբ այն լրիվ անցնում է բլրակի աջ տեղամասը: Այդ պահին նրա արագությունը որոշվում է այն պայմանից որ զանգվածի կենտրոնը գտնվում է հորիզոնականից $h_1 = l\left(\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\sin\beta\right)$ բարձրության վրա: Ուստի դրա v_1 արագությունը որոշելու համար ունենք՝ $\dfrac{m\mathrm{v}_1^2}{2} = mg\left(h-h_1\right) = mgl\dfrac{\sin^2\beta}{2\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}$: Հավասարաչափ արագացող շարժումը ավարտվում է, երբ գնացքի սկիզբը հասնում է հորիզոնական մակարդակին, որի դեպքում գնացքի արագությունը v_2 է՝ $\dfrac{m\mathrm{v}_2^2}{2} = mg\left(h - \dfrac{1}{2}l\sin\beta\right) = mgl\dfrac{2\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{2\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)}$: Քանի որ այդ հավասարաչափ արագացող շարժման դեպքում արագացումը $g\sin\beta$ է, ժամանակը կլինի $t = \dfrac{\mathrm{v}_2-\mathrm{v}_1}{g\sin\alpha}$:

Ձախ լանջով բարձրանալիս գնացքի վրա ազդում է վերադարձնող $\dfrac{mg}{l}\sin\alpha x$ ուժ, ուստի արագության կախումը ժամանակից կարելի է նկարագրել $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0\cos\omega_1 t$ բանաձևով, որտեղ $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{g\sin\alpha}{l}}$: Երբ գնացքը լրիվ բարձրանում է լանջի վրա, դրա արագությունը հավասարվում է v_1-ի: Ուստի

$$\mathrm{v}_1 = \mathrm{v}_0\cos\omega_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega_1}\arccos\frac{\mathrm{v}_1}{\mathrm{v}_0}:$$

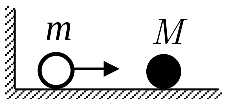
2. S_1 և S_2 հատույթներով երկու ուղղաձիգ գլան հաղորդակցվում են ներքևում գտնվող նեղ անցքով: Գլանները լցված են գազով և վերևից փակված են նույն M զանգվածով մխոցներով: Հավասարակշռության դեպքում նրանք գտնվում են l բարձրության վրա, ընդ որում այդ դեպքում մեծ մխոցի վրա դրված է m զանգվածով լրացուցիչ բեռ: Ի՞նչ բարձրության վրա կգտնվի այդ մխոցը լրացուցիչ բեռը



հեռացնելուց հետո: Ջերմաստիճանը հաստատուն է, ազատ անկման արագացումը g է, մթնոլորտային ճնշումը՝ p_0 :

Լուծում: Մխոցների հավասարակշռության պայմանից ունենք $p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S_1} = p_0 + \frac{(M+m)g}{S_2}$: Բեռը հանելուց հետո աջ մասում ճնշումը դառնում է $p_2 = p_0 + \frac{Mg}{S_2}$, որի դեպքում ձախ մխոցը չի կարող լինել հավասարակշռության մեջ որևէ կետում: Ուստի այն կիջնի մինչև հիմք և գազը լրիվ կզբաղեցնի աջ մասը: Քանի որ ջերմաստիճանը հաստատուն է, ունենք $p_1(S_1+S_2)l = p_2S_2h$, որտեղից ստանում ենք, որ աջ մխոցի բարձրությունը կլինի $h = \frac{S_1+S_2}{S_2}\frac{p_0S_2+(M+m)g}{p_0S_2+Mg}l$: Եթե $p_0 \ll \frac{Mg}{S_2}$, ունենք $\frac{S_2}{S_1} = \frac{M+m}{m}$: Այսպիսով՝ $h = \frac{2M+m}{M}l$:

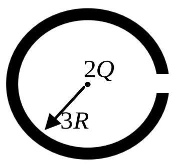
3. M զանգվածով գունդը գտնվում է ողորկ հորիզոնական հարթության վրա, ուղղաձիգ պատից որոշ հեռավորությամբ: Նույն շառավղով m զանգվածով գունդը, շարժվելով պատի կողմից վերջինիս ուղղահայաց ուղղությամբ, բախվում է M գնդին: Բախումը բացարձակ առաձգական է: $\frac{M}{m}$ -ի ինչ արժեքների դեպքում գնդերը կբախվեն առնվազն երեք անգամ: m զանգվածով գնդի բախումը պատի հետ բացարձակ առաձգական է:

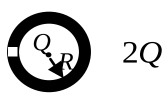


Լուծում: Եթե սկզբնական արագությունը v է, առաձգական բախումից հետո գնդիկների արագությունները կլինեն $u_1 = kv$, $v_1 = v(1-k)$, որտեղ $k = \frac{2m}{M+m}$: Երկրորդ բախում կլինի, եթե $v_1 > u_1$: Երկրորդ բախումը դիտարկենք M զանգվածով գնդի արագությամբ շարժվող համակարգում: Այդ համակարգում երկրորդ բախման ժամանակ m զանգվածով գնդի սկզբնական արագությունը կլինի $v_1' = v(1-k) - kv = v(1-2k)$: Բախումից հետո M զանգվածով գնդի արագությունը կլինի $u_2' = kv_1' = kv(1-2k)$, իսկ սկզբնական հաշվարկման համակարգում՝ $u_2 = u_2' + kv = 2kv(1-k)$: m զանգվածով գնդի արագությունը երկրորդ բախումից հետո կլինի $v_2' = (1-k)v_1' = v(1-2k)(1-k)$ և ուղղված է համակարգի շարժմանը հակառակ ուղղությամբ: Սկզբնական համակարգում դրա արագության մոդուլը կլինի $v_2 = v_2' - kv = v(1-4k+2k^2)$: Երրորդ բախումը կլինի, եթե $v_2 > u_2$: Այստեղից ստանում ենք

$1-4k+2k^2 > 2k(1-k) \Rightarrow 2k^2-6k+1>0$: Անհավասարությունը ճիշտ է, երբ $k < \frac{3-\sqrt{7}}{2}$, որտեղից կստանանք $\frac{M}{m} > 2\sqrt{7}+5$:

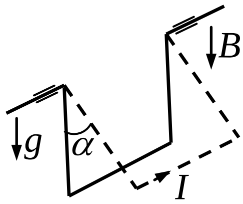
4. Իրարից շատ հեռացված R և $3R$ ներքին շառավիղներով մետաղե գնդոլորտների հաստությունը $d = R/20$ է: Գնդերի կենտրոններում տեղադրված են համապատասխանաբար Q և լիցքերը: Ի՞նչ նվազագույն աշխատանք պետք է կատարել այդ լիցքերի տեղերը փոխանակելու համար (դրա համար պատերում նախատեսված են փոքր անցքեր):





Լուծում: Էլեկտրական դաշտի էներգիան տարբերվում է երկու կետային դաշտի էներգիաների գումարից նրանով, որ մետաղների մեջ դաշտի լարվածությունը զրո է: Առաջին դեպքում լրիվ էներգիան փոքր է լիցքերի էներգիայից $4\pi(3R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{2Q}{(3R)^2}\right)^2}{2} + 4\pi(R)^2 d \cdot \frac{\varepsilon_0\left(k\frac{Q}{(R)^2}\right)^2}{2} = \frac{13}{18}\frac{kQ^2d}{R^2}$ -ով: Լիցքերի տեղերը փոխելուց հետո դաշտը ամենուրեք լինում է նույնը, բացառությամբ մետաղների մեջ: Այս դեպքում ունենք $4\pi\left(3R\right)^2 d\cdot\dfrac{\varepsilon_0\left(k\dfrac{Q}{\left(3R\right)^2}\right)^2}{2}+4\pi\left(R\right)^2 d\cdot\dfrac{\varepsilon_0\left(k\dfrac{2Q}{\left(R\right)^2}\right)^2}{2}=\dfrac{37}{18}\dfrac{kQ^2d}{R^2}$: Հետևաբար լիցքերի տեղերը փոխելուց հետո դաշտի էներգիան նվազում է և այդ գործողության համար պետք է կատարել $A=\dfrac{13}{18}\dfrac{kQ^2d}{R^2}-\dfrac{37}{18}\dfrac{kQ^2d}{R^2}=-\dfrac{4}{3}\dfrac{kQ^2d}{R^2}$ աշխատանք:

5. Π -աձև շարջանակը, որի կողմերը իրար հավասար են, պատրաստված է բարակ լարից, որի միավոր երկարության զանգվածը ρ է: Շրջանակը կախված է հոդակապերով ուղղաձիգ համասեռ մագնիսական դաշտում, որի ինդուկցիայի վեկտորը $\vec{B}$ է: Ազատ անկման արագությունը g է, շփումը անտեսեք:



ա) Ի՞նչ առավելագույն անկյունով կշեղվի շրջանակը, եթե նրանում միացնենք հաստատուն I հոսանք:
բ) Ինչքա՞ն է շրջանակի հավասարակշռության դիրքում α տատանումների դադարելուց հետո:

<u>Լուծում:</u> Հորիզոնական տեղամասի վրա ազդող ամպերի ուժը հավասար է $F=IBa$, որտեղ a-ն ձողի երկարությունն է: Մնացած երկու ձողերի վրաազդող ուժերը հորիզոնական են և աշխատանք չեն կատարում: Ուստի եթե շրջանակը շեղվում է α անկյունով, Ամպերի ուժի աշխատանքը կլինի $IBa\cdot a\sin\alpha$ և առավելագույն շեղման դեպքում պետք է հավասար լինի գրավիտացիոն դաշտում շրջանակի պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությանը՝ $mgl\left(1-\cos\alpha\right)$, որտեղ l-ը զանգվածների կենտրոնի հեռավորությունն է պտտման առանցքից: Հաշվի առնելով, որ $m=3\rho a$ և $l=\dfrac{2}{3}a$, ստանում ենք՝

$2\rho g a^2\left(1-\cos\alpha\right)=IBa^2\sin\alpha$, որտեղից $\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{IB}{2\rho g}\Rightarrow\alpha=2\operatorname{arctg}\dfrac{IB}{2\rho g}$: Հավասարակշռության դիրքը որոշվում է ուժերի մոմենտների հավասարության պայմանից՝

$mgl\sin\alpha_1=IBa\cos\alpha_1\Rightarrow 2\rho g a\sin\alpha_1=IBa\cos\alpha_1$,

որտեղից հետևում է, որ $\operatorname{tg}\alpha_1=\dfrac{IB}{2\rho g}\Rightarrow\alpha_1=\operatorname{arctg}\dfrac{IB}{2\rho g}$: