2008-2009 ուս.տ. Ֆիզիկայի հանրապետական օլիմպիադա
Մարզային փուլ

9 դասարան

1. *Ջերմամեկուսացված թերմոսում կա 10 լ 90^0C-ի ջուր: Դրանից վերցնում են մեկ լիտր տաք ջուր և տեղը լցնում մեկ լիտր սենյակի 20^0C ջերմաստիճանով ջուր և թերմոսը լավ թափ են տալիս: Ինքա՞ն դարձավ ջրի ջերմաստիջանը թերմոսում: Նույնպիսի գործողությունը քանի՞ անգամ պետք է կատարել, որպեսզի ջրի ջերմաստիճանը թերմոսում լինի 40^0C-ից ցածր:*

<u>Լուծում:</u> Դիցուկ թերմոսի ջրի սկզբնական ջերմաստիճանը t_n է, ջուրը խառնելուց հետո t_{n+1}, սենյակինը՝t_u: Ջերմային հաշվեկշռի հավասարումից ունենք՝

$$0,9cm\left(t_n - t_{n+1}\right) + 0,1cm\left(t_u - t_{n+1}\right) = 0\,, \qquad (1)$$

ուստի $10t_{n+1} = 9t_n + t_u$: Ստացված հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝ $t_{n+1} - t_u = 0,9\left(t_n - t_u\right)$, ինչը նշանակում է, որ յուրաքանչյուր քայլից հետո թերմոսի ջրի և սենյակի ջերմաստիճանների տարբերությունը կազմում է նախորդ տարբերության 0,9-րդ մասը: Հետևաբար n անգամ նշված գործողությունը կատարելուց հետո թերմոսում ջրի ջերմաստիճանի համար ունենք՝ $t_n - t_u = \left(0,9\right)^n \left(t_0 - t_u\right)$, որտեղ t_0-ն սկզբնալան ջերմաստիճանն է:

Առաջին անգամ լցնելուց հետո ունենք՝ $t_1 - 20 = 0,9\left(90 - 20\right) \Rightarrow t_1 = 83^0 C$: Գործողությունների թիվը որոշում ենք այն պայմանից, որ n քայլից հետո ջերմաստիճանների տարբերությունը պետք է մեծ լինի $40 - 20 = 20^0\mathrm{C}$-ից, այսինքն պետք է ունենանք $\left(0,9\right)^n 70 < 20 \Rightarrow \left(0,9\right)^n < 0,286$: Օգտվելով հաշվիչից կստանանք՝ $0,9^{11} \approx 0,314,\ 0,9^{12} \approx 0,282$: Այսպիսով ջրի խառնելու գործողությունը պետք է կատարել առնվազն 12 անգամ:

2. *Բարակ պատերով պլաստմասե բաժակի հիմքի հաստությունը՝ d=1 սմ է: Այն ջրով լցված մեծ անոթում լողում է ուղղաձիգ դիրքով, ընկղմվելով h_1=3 սմ-ով: Երբ նրա մեջ լցնում են H=3 սմ բարձրությամբ անհայտ հեղուկ , բաժակը ընկղմվում է ջրի մեջ h_2=5 սմ-ով: Ինրքա՞ն պետք է լինի այդ անհայտ հեղուկի բարձրությունը բաժակում, որպեսզի դրա մակարդակը հարընկնի անոթում ջրի մակարդակի հետ:*

<u>Լուծում:</u> Առանց հեղուկի բաժակի լողալու պայմանն է

$$Mg = \rho g h_1 S\,, \qquad (1)$$

որտեղ M-ը բաժակի զանգվածն է, ρ-ն՝ ջրի խտությունը, S-ը՝ բաժակի կտրվածքի մակերեսը: H=3 սմ բարձրությամբ հեղուկ լցնելուց հետո լողալու պայմանից ունենք՝

$$Mg + \rho_1 gHS = \rho g h_2 S\,, \qquad (2)$$

որտեղ ρ_1-ը անհայտ հեղուկի խտությունն է: Եթե բաժակի մեջ լցրել ենք h բարձրությամբ հեղուկ, որի մակարդակը կհամընկնի անոթում ջրի մակարդակի հետ, ապա

$$Mg + \rho_1 ghS = \rho g\left(h + d\right)S: \qquad (3)$$

(1)-(3) հավասարումներից կստանանք՝

$$h = \frac{M/\left(\rho S\right) - d}{1 - \rho_1/\rho} = \frac{h_1 - d}{1 - \left(h_2 - h_1\right)/H} = 6\,\text{սմ}:$$

3. *A-ից B վայրը միաժամանակ մեկնում են գետով լաստը և մոտորանավակը, իսկ գետափնյա ճանապարհով՝ ավտոմեքենան: Ավտոմեքենան և մոտորանավակը հասնելով B կամ A վայրը անմիջապես շրջվում են և շարունակում շարժումը հակառակ ուղղությամբ: Ավտոմեքենան առաջին անգամ հանդիպում է լաստը A-ից դուրս գալուց t_1 ժամ հետո:*

ա) Ե՞րբ կհանդիպի լաստը մոտորոնավակին:

բ) Ե՞րբ ավտոմեքենան կհանդիպի մոտորանավակին երկրորդ անգամ:

Ավտոմեքենայի արագությունը v_1 է, լաստինը՝ u, մոտորանավակի սեփական արագությունը՝ v_2:

<u>Լուծում:</u> Քանի որ մինչև առաջին հանդիպումը ավտոմեքենայի և լաստի անցած ճանապարհների գումարը հավասար է A և B վայրերի միջև S հեռավորության կրկնապատիկին, ունենք՝

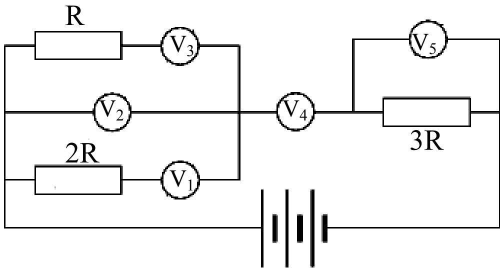
$$v_1 t_1 + u t_1 = 2S:$$

Եթե լաստը հանդիպում է մոտորնավակի մեկնելուց t_2 ժամանակ անց, ապա

$$\left(t_2 - \frac{S}{v_2+u}\right)(v_2-u) + u t_2 = S \Rightarrow t_2 = \frac{2S}{v_2+u} = 2\frac{v_1+u}{v_2+u}t_1:$$

Ավտոմեքենայի և մոտորանավակին երկրորդ հանդիպման t_3 ժամանակը որոշվում է այն պայմանից, որ

$$\left(t_3 - \frac{S}{v_2+u}\right)(v_2-u) + v_1 t_3 = 3S \Rightarrow t_3 = t_1\frac{v_1+u}{v_2+u}\frac{4v_2+2u}{v_1+v_2-u}:$$



4. *Նկարում պատկերված շղթայում վոլտմետրերը միանման են: Առաջին վոլտմետրի ցուցմունքը V_1=5Վ է, երկրորդինը՝ V_2=6 Վ:*

Գտեք մնացած վոլտմետրերի ցուցմունքները և լարումը մարտկոցի սեղմակների վրա:

<u>Լուծում:</u> Յուրաքանչյուր վոլտմետրով անցնող հոսանքի ուժը համարակալենք իր համարով: Ունենք (հաշվի առնելով, որ վոլտմետրերը ցույց են տալիս լարումը իրենց վրա)՝

$$I_1 \cdot 2R + I_1 \cdot R_V = V_2,\ I_1 \cdot R_V = V_1,\ I_2 \cdot R_V = V_2,\ I_3 \cdot R + I_3 \cdot R_V = V_2,\ I_3 \cdot R_V = V_3:$$

Այդ հավասարումներից ստանում ենք՝

$$\frac{R}{R_V} = \frac{V_2-V_1}{2V_1} = \frac{1}{10},\ V_3 = \frac{V_2}{R+R_V}R_V = \frac{10}{11}V_2 \approx 5,5\ \text{Վ}:$$

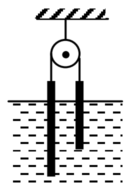
Քանի որ $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$, ստանում ենք՝

$$V_4 = I_4 \cdot R_V = V_1 + V_2 + V_3 \approx 16,5\ \text{Վ}:$$

Վերջին տեղամասում շղթայի I_4 լրիվ հոսանքը բաժանվում է այնպես, որ

$I_5 = I_4\dfrac{3R}{3R+R_V}$, հետևաբար $V_5 = V_4\dfrac{3R}{3R+R_V} =\approx 3,8$ Վ:

Լարումը մարտկոցի սեղմակների վրա հավասար է 26,3Վ:



5. *Երկու նույն տրամագծով ձող կապված են ճախարակի վրայով գցված թելի ծայրերին: Ձողերը ընկղմված են ջրի մեջ այնպես, որ դրանց վերևի ծայրերը գտնվում են մի հորիզոնականի վրա: Գտեք ձողերի երկարությունների հարաբերությունը, եթե առաջին ձողի նյութի խտությունը 5 անգամ մեծ է ջրի խտությունից, իսկ երկրորդինը՝ 10 անգամ: Շփումն անտեսեք:*

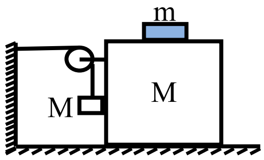
<u>Լուծում:</u> Ձողերի հավասարակշռության պայմաններից՝

$$\rho g S\ (L_1 - h)\ +\ T\ = \rho_1 g S L_1,\ \rho g S\ (L_2 - h)\ +\ T\ = \rho_2 g S L_2,$$

որտեղ ρ-ն ջրի խտությունն է, ρ_1, ρ_2-ը և L_1, L_2-ը համապատասխանաբար ձողերի խտությունները և երկարություններն են, իսկ h-ը դրանց ջրից դուրս մնացող մասի երկարությունն է: Այդ հավասարումներից կստանանք՝

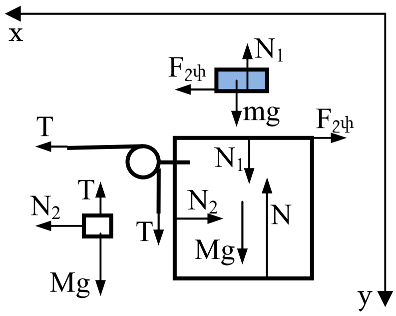
$$L_1 / L_2 = (\rho_2 - \rho)/(\rho_1 - \rho) = 9/4:$$

2008-2009 ուս.տ. Ֆիզիկայի հանրապետական օլիմպիադա
Մարզային փուլ
10 դասարան



1. *Գտեք նկարում պատկերված համակարգի մարմինների արագացումները: m և M զանգվածների միջև շփման գործակիցը՝ μ=0,1, M=5m: Մնացած մակերևույթների միջև շփում չկա, ճախարակի և թելի զանգվածները անտեսեք:*

Լուծում:Նկարում պատկերված են համակարգի մարմինների վրա ազդող ուժերը: Հաշվի առնելով, որ թելից կախված մարմնի տեղափոխությունները x և y առանցքներով ժամանակի ցանկացած պահին նույնն են, ստանում ենք, որ դրա արագացման x և y առանցքներով բաղադրիչների մոդուլները իրար հավասար են (նշանակենք այն a): Քանի որ այդ մարմինը միշտ հպվում է մեծ չորսուին, չորսուի արագացումը հավասար է x առանցքով այդ մարմնի արագացման բաղադրիչին: m զանգվածով մարմնի a_1 արագացումը ընդհանուր դեպքում կարող է տարբերվել մեծ չորսուի արագացումից: Նյուտոնի երկրորդ օրենքի համաձայն



$$F_{2շփ} = ma_1,\ N_1 - mg = 0,\ F_{2շփ} \le \mu N_1 \qquad (1)$$

$$Mg - T = Ma,\ N_2 = Ma, \qquad (2)$$

$$T - F_{2շփ} - N_2 = Ma: \qquad (3)$$

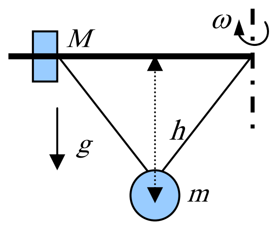
(1)-ից հետևում է, որ $a_1 \le \mu g$:

Ենթադրենք, որ m մարմինը չի շարժվում չորսուի նկատմամբ՝ $a_1 = a$: Այդ դեպքում (1)-(3)-ից կստանանք՝

$$Mg = (3M + m)a \Rightarrow a = \frac{M}{3M + m} g = \frac{5}{16} g > 0{,}1g:$$

Այսպիսով մեր ենթադրությունը սխալ է: Հետևաբար m զանգվածով մարմնի արագացումը՝ $a_1 = 0{,}1g$, իսկ

$$Mg - \mu mg = 3Ma \Rightarrow a = \frac{M - \mu m}{3M} g = \frac{4{,}9}{15} g \approx 0{,}327g:$$



2. *Հորիզոնական ձողը պտտվում է ուղղաձիգ առանցքի շուրջ ω անկյունային արագությամբ: Նրանով առանց շփման կարող է սահել անհայտ M զանգվածով տափօղակը: m զանգվածով մարմինը երկու հավասար երկարությամբ թելերով կապված է տափօղակին և ձողին (տե՛ս նկ.): Ձողի պտտման ժամանակ m զանգվածով բեռը գտնվում է ձողից h հեռավորության վրա: Գտեք տափօղակի M զանգվածը:*

<u>Լուծում:</u> Նշանակենք ուղղաձիգի հետ թելերի կազմած անկյունը α,, թելերի լարումները՝ T_1, T_2: Նյուտոնի երկրորդ օրենքի համաձայն գնդիկի համար

$$\mathrm{m}\omega^2 \mathrm{h}\, \mathrm{tg}\,\alpha = (\mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1)\sin\alpha \Rightarrow \mathrm{m}\omega^2 \mathrm{h} = (\mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1)\cos\alpha \qquad (1)$$

$$mg = (T_2 + T_1)\cos\alpha, \qquad (2)$$

որտեղից կստանանք՝

$$T_2 \cos\alpha = \frac{1}{2} m\left(g + \omega^2 h\right),\ T_1 \cos\alpha = \frac{1}{2} m\left(g - \omega^2 h\right): \qquad (3)$$

Մյուս կողմից տափօղակի համար ունենք՝

$$M\omega^2 2h\, \mathrm{tg}\,\alpha = T_1 \sin\alpha, \qquad (4)$$

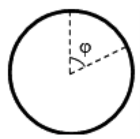
որտեղից հաշվի առնելով (3)-ը ստանում ենք՝

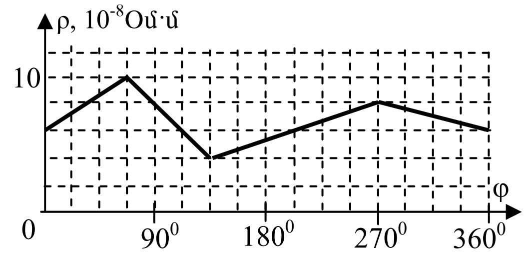
$$M = \frac{1}{4}m\left(\frac{g}{\omega^2 h} - 1\right):$$

3. *Դպրոցի մոտով v=5կմ/ժ արագությամբ շարժվող ավտոմեքենան շարժվելով ուղիղ ճանապարհով սկսեց արագանալ այնպես, որ շարժիչով պայմանավորված քարշի ուժն ուղիղ համեմատական է ավտոմեքենայի արագությանը: Դպրոցից $S_1 = 30$ մ հեռավորության վրա արագությունը դարձավ $v_1 = 20$ կմ/ժ: Դպրոցից ի՞նչ հեռավորության վրա ավտոմեքենայի արագությունը կդառնա $v_2 = 30$ կմ/ժ:*

Լուծում: Խնդրի պայմանի համաձայն $\vec{F}_{ք} = k\vec{v}$: Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի՝ $\vec{F}_{ք} = k\vec{v} = m\vec{a}$: Բազմապատկելով հավասարման երկու մասը Δt-ով և հաշվի առնելով, որ $\vec{v}\Delta t = \Delta\vec{S}$, $\vec{a}\Delta t = \Delta\vec{v}$, կստանանք $k\Delta\vec{S} = m\Delta\vec{v}$: Քանի որ շարժումը ուղղագիծ է, ունենք $kS = m\Delta v$, այսինքն $kS_1 = m(v_1 - v)$, $kS_2 = m(v_2 - v)$: Վերջին երկու հավասարումից կստանանք $S_2 = \frac{v_2 - v}{v_1 - v}S_1 = 50$ մ:

4. *$r = 10$ սմ շառավղով օղակը պատրաստված է $S = 5$ մմ² կտրվածքի մակերեսով հաղորդալարից: Հաղորդալարի տեսակարար դիմադրության կախվածությունը φ անկյունից պատկերված է նկարում: Օղակի երկու կետի միջև դիմադրությունը չափում են օմմետրով: Դիմադրության ինչպիսի՞ առավելագույն արժեք կարելի է ստանալ այդպիսի չափումների ժամանակ:*





Լուծում: Եթե լարի լրիվ դիմադրությունը նշանակենք R_0, իսկ լարի մասերինը՝ R_1 և R_2, ապա չափվող դիմադրությունը կլինի $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$: Հաշվի առնելով, որ $R_1 + R_2 = R_0$ և օգտվելով Կոշիի անհավասարումից կստանանք՝ $R \le \frac{(R_1 + R_2)^2}{4R_0} = \frac{R_0}{4}$: R_0-ն գտնելու համար օղակը պետք է բաժանենք փոքր մասերի և գումարենք այդ մասերի դիմադրությունները: Ունենք

$$\Delta R_i = \rho_i \frac{\Delta l_i}{S} = \frac{r}{S}\rho_i \Delta\varphi_i:$$

Հետևաբար լրիվ դիմադրությունը կլինի ուղիղ համեմատական գրաֆիկի տակի մակերեսին: Այդ մակերեսը հավասար է

$$\frac{3+5}{2}\cdot 3 + \frac{5+2}{2}\cdot 3 + \frac{2+4}{2}\cdot 6 + \frac{4+3}{2}\cdot 4 = 54,5$$

վանդակ: Յուրաքանչյուր վանդակի մակերեսը $2\cdot 10^{-8}\cdot\frac{2\pi}{16}$ Օմ·մ է: Այսպիսով,

$R_0 = 54,5\cdot 2\cdot 10^{-8}\cdot\frac{2\pi}{16}\cdot\frac{r}{S} = 8,56\cdot 10^{-3}$ Օմ: Ուստի առավելագույն չափվող դիմադրությունը կլինի՝

$$R_{max} = 0,25R_0 = 2,85\cdot 10^{-3}\text{ Օմ}:$$

5. 2. *Բարակ պատերով պլաստմասե բաժակի հիմքի հաստությունը՝ d=1 սմ է: Այն ջրով լցված մեծ անոթում լողում է ուղղաձիգ դիրքով, ընկղմվելով h_1=3 սմ-ով: Երբ նրա մեջ լցնում են H=3 սմ բարձրությամբ անհայտ հեղուկ , բաժակը ընկղմվում է ջրի մեջ h_2=5 սմ-ով: Ինքա՞ն պետք է լինի այդ անհայտ հեղուկի բարձրությունը բաժակում, որպեսզի դրա մակարդակը հարընկնի անոթում ջրի մակարդակի հետ:*

<u>Լուծում:</u> Առանց հեղուկի բաժակի լողալու պայմանն է

$$Mg = \rho g h_1 S\,, \tag{1}$$

որտեղ M -ը բաժակի զանգվածն է, ρ -ն՝ ջրի խտությունը, S -ը՝ բաժակի կտրվածքի մակերեսը: H=3 սմ բարձրությամբ հեղուկ լցնելուց հետո լողալու պայմանից ունենք՝

$$Mg + \rho_1 g H S = \rho g h_2 S\,, \tag{2}$$

որտեղ ρ_1 -ը անհայտ հեղուկի խտությունն է: Եթե բաժակի մեջ լցրել ենք h բարձրությամբ հեղուկ, որի մակարդակը կհամընկնի անոթում ջրի մակարդակի հետ, ապա

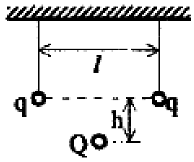
$$Mg + \rho_1 g h S = \rho g \left(h + d\right) S : \tag{3}$$

(1)-(3) հավասարումներից կստանանք՝

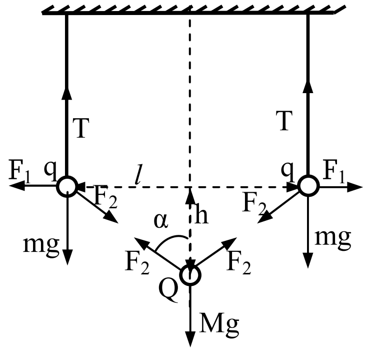
$$h = \frac{M/\left(\rho S\right) - d}{1 - \rho_1/\rho} = \frac{h_1 - d}{1 - \left(h_2 - h_1\right)/H} = 6\,\text{սմ:}$$

11 դասարան

1.*Միևնույն q =3,3մկԿլ լիցքով երկու միանման գնդիկ կախված են իրարից l=20 սմ հեռավորության վրա գտնվող նույն երկարությամբ թելերից: Q լիցքով գունդը տեղադրված է դրանցից հավասար, գնդիկները միացնող հորիզոնականից h=30 սմ հեռավորության վրա: Համակարգը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում: Որոշեք գնդի Q լիցքը և զանգվածը:*



<u>Լուծում:</u> Նկարում պատկերված են գնդիկների և գնդի վրա ազդող ուժերը: Քանի որ թելերն ուղղաձիգ են, իսկ գնդիկները նույնանուն են, պարզ է, որ Q լիցքի նշանը պետք լինի բացասական և



$$F_2 \sin\alpha = F_1 = k\frac{q^2}{l^2}:$$

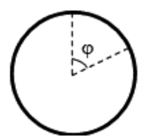
Մյուս կողմից $F_2 = k\dfrac{|qQ|}{h^2+(l/2)^2}$, $\sin\alpha = \dfrac{l}{2\sqrt{h^2+(l/2)^2}}$: Այս հավասարումներից ստանում ենք՝

$Q = -\dfrac{q}{4}\left(\dfrac{4h^2}{l^2}+1\right)^{3/2} = -2{,}61\cdot10^{-5}$ Կլ: Q լիցքի հավասարակշռությունից ստանում ենք

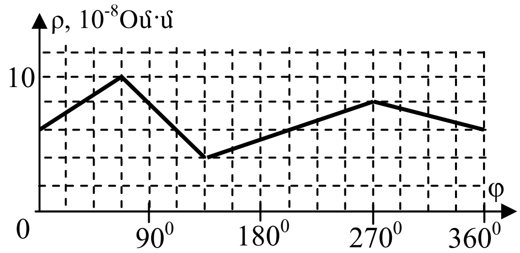
$Mg = 2F_2\cos\alpha$, որտեղից

$$M = \frac{2k}{g}\frac{q^2}{l^2}\operatorname{ctg}\alpha = \frac{4kq^2h}{gl^3} = 1{,}5 \text{ կգ:}$$

2. *r = 10 սմ շառավղով օղակը պատրաստված է S = 5 մմ² կտրվածքի մակերեսով հաղորդալարից: Հաղորդալարի տեսակարար դիմադրության կախվածությունը φ անկյունից պատկերված է նկարում: Օղակի երկու կետի միջև դիմադրությունը չափում են օմմետրով: Դիմադրության ինչպիսի՞ առավելագույն արժեք կարելի է ստանալ այդպիսի չափումների ժամանակ:*



<u>Լուծում:</u> Եթե լարի լրիվ դիմադրությունը նշանակենք R_0, իսկ լարի մասերինը՝ R_1 և R_2,



ապա չափվող դիմադրությունը կլինի $R = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$: Հաշվի առնելով, որ $R_1 + R_2 = R_0$ և

օգտվելով Կոշիի անհավասարումից կստանանք՝ $R \le \dfrac{(R_1+R_2)^2}{4R_0} = \dfrac{R_0}{4}$: R_0-ն գտնելու համար

օղակը պետք է բաժանենք փոքր մասերի և գումարենք այդ մասերի դիմադրությունները: Ունենք

$$\Delta R_i = \rho_i\frac{\Delta l_i}{S} = \frac{r}{S}\rho_i\Delta\varphi_i:$$

Հետևաբար լրիվ դիմադրությունը կլինի ուղիղ համեմատական գրաֆիկի տակի մակերեսին: Այդ մակերեսը հավասար է

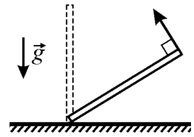
$$\frac{3+5}{2}\cdot3+\frac{5+2}{2}\cdot3+\frac{2+4}{2}\cdot6+\frac{4+3}{2}\cdot4 = 54{,}5$$

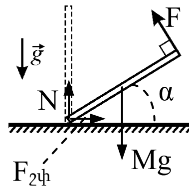
վանդակ: Յուրաքանչյուր վանդակի մակերեսը $2\cdot10^{-8}\cdot\frac{2\pi}{16}$ Օմ·մ է: Այսպիսով,

$R_0=54,5\cdot2\cdot10^{-8}\cdot\frac{2\pi}{16}\cdot\frac{r}{S}=8,56\cdot10^{-3}$ Օմ: Ուստի առավելագույն չափվող դիմադրությունը կլինի՝

$R_{\max}=0,25R_0=2,85\cdot10^{-3}$ Օմ:

3. *Համասեռ ձողը դրված է հորիզոնական հարթության վրա: Այն դանդաղ բարձրացնում են կիրառելով ծայրերից մեկին ուղղահայաց ուժ: Ձողի և հարթության միջև շփման գործակցի ի՞նչ նվազագույն արժեքի դեպքում հնարավոր է ձողը կանգնեցնել ուղղաձիգ, առանց դրա ներքևի ծայրի սահելը:*





Լուծում: Նկարում պատկերված են հորիզոնական հարթության հետ α անկյուն կազմող ձողի վրա ազդող ուժերը: Հավասարակշռության պայմանից ունենք՝

$Mg\cdot L/2\cdot\cos\alpha=F\cdot L$, $F\sin\alpha=F_{\text{շփ}}$, $N+F\cos\alpha=Mg$:

Այդ հավասարումներից կստանանք՝

$$F=\frac{1}{2}Mg\cos\alpha,\ N=Mg\left(1-\frac{1}{2}\cos^2\alpha\right),\ F_{\text{շփ}}=\frac{1}{2}Mg\sin\alpha\cdot\cos\alpha:$$

Ձողի ներքևի ծայրը չի սահի, եթե բոլոր անկյունների համար բավարարվի $F_{\text{շփ}}\le\mu N$ պայմանը: Այսպիսով $\mu\ge\frac{Mg\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{Mg\left(2-\cos^2\alpha\right)}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\left(2-\cos^2\alpha\right)}$: Նշանակենք $y=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\left(2-\cos^2\alpha\right)}$:

Ունենք $\left(2-\cos^2\alpha\right)^2y^2=\left(1-\cos^2\alpha\right)\cos^2\alpha$, որտեղից $z=\cos^2\alpha$-ի համար ստանում ենք քառակուսային հավասարում՝

$$z^2\left(y^2+1\right)-z\left(4y^2+1\right)+4y^2=0:$$

Հավասարումն ունի արմատ, եթե

$$\left(4y^2+1\right)^2-16y^2\left(y^2+1\right)\ge0\Rightarrow8y^2\le1\Rightarrow y\le1/\sqrt{8}:$$

Հետևաբար, շփման գործակցի նվազագույն արժեքը, որի դեպքում ձողը հնարավոր է բարձրացնել ուղղաձիգ դիրք առանց սահքի հավասար է $\mu=\sqrt{2}/4$:

Այդ նվազագույն արժեքը կարելի ստանալ նաև ածանցելով y-ն ըստ α-ի: Այդ դեպքում հավասարեցնելով ածանցիալը զրոյի ստանում ենք, որ՝

$$\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\left(2-\cos^2\alpha\right)-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=0,$$

որի լուծումն է $\cos^2\alpha=2/3$, ինչից հետևում է շփման գործակցի նշված արժեքը:

4. *Մի կողմից փակված 2l երկարությամբ U-ձև խողովակում հելիումը փակված է M զանգվածով սնդիկով: Համակարգի սկզբնական ջերմաստիճանը T_0 է, ընդ որում սնդիկը զբաղեցնում է խողովակի երեք չորրորդ մասը, իսկ սնդիկի բարձրությունները աջ և ձախ ծնկերում նույնն են:*

ա) Գտեք այն T_1 ջերմաստիճանը, որի դեպքում սնդիկը կսկսի թափվել խողովակից

բ) Գտեք համակարգի (հելիումի և սնդիկի) ջերմունակության կախումը ջերմաստիճանից $T<T_1$-ի դեպքում:

Մթնոլորտային ճնշումը p_0 է, սնդիկի խտությունը՝ ρ, տեսակարար ջերմունակությունը՝ c: Սնդիկի ջերմային ընդարձակումը, մակերևութային լարվածությունը և զոլորշիացումն անտեսեք:

Լուծում: Եթե ջերմաստիճանը բարձրանում է մինչև T և սնդիկի մակարդակը ձախ ծնկում իջնում է x-ով, հելիումի զբաղեցրած ծավալը կլինի $V=LS/4+xS$, ճնշումը՝ $p=p_0+2\rho gx$: Գազի վիճակի հավասարումից ունենք՝

$$\frac{p_0LS}{4T_0}=\frac{(p_0+2\rho gx)(L/4+x)S}{T}=\nu R\,, \qquad (1)$$

որտեղից ստանում ենք, որ սնդիկն աջ ծնկում կհասնի եզրին (x=L/4), եթե համակարգի ջերմաստիճանը լինի

$$T_1=\frac{(p_0+\rho gL/2)SL}{2}\cdot\frac{4T_0}{p_0LS}=T_0\left(2+\frac{\rho gL}{p_0}\right): \qquad (2)$$

Հելիումի C_{He} ջերմունակությունը $T<T_1$-ի դեպքում որոշելու համար օգտվենք ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից՝

$$\Delta Q=\Delta U+p\Delta V: \qquad (3)$$

Ունենք $\Delta Q=C_{He}\Delta T$, հելիումի համար $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\Delta T$, վիճակի հավասարումից՝

$$\Delta\big((p_0+2\rho gx)(L/4+x)S\big)=\nu R\Delta T\,,$$

ստանում ենք՝

$$\left(p_0+\rho g\frac{L}{2}+4\rho gx\right)S\Delta x=\nu R\Delta T: \qquad (4)$$

Այժմ կարող ենք գրել՝

$$C_{He}=\frac{\Delta Q}{\Delta T}=\frac{3}{2}\nu R+\frac{p\Delta V}{\Delta T}=\frac{3}{2}\nu R+\frac{(p_0+2\rho gx)}{\left(p_0+\rho g\frac{L}{2}+4\rho gx\right)}\nu R:$$

Եթե այս արտահայտության մեջ տեղադրենք (1)-ից ստացված x-ի կախումը T-ից, կստանանք հելիումի ջերմունակության կախումը ջերմաստիճանից: Համակարգի ջերմունակությունը հավասար է հելիումի C_{He} և սնդիկի cm ջերմունակությունների գումարին՝

$$C=C_{He}+cm:$$

5. *Հորիզոնական ձողը պտտվում է ուղղաձիգ առանցքի շուրջ ω անկյունային արագությամբ: Նրանով առանց շփման կարող է սահել անհայտ M զանգվածով տափօղակը: m զանգվածով մարմինը երկու հավասար երկարությամբ թելերով կապված է տափօղակին և ձողին (տե՛ս նկ.): Ձողի պտտման ժամանակ m զանգվածով բեռը գտնվում է ձողից h հեռավորության վրա: Գտեք տափօղակի M զանգվածը:*

<u>Լուծում:</u> Նշանակենք ուղղաձիգի հետ թելերի կազմած անկյունը α,, թելերի լարումները՝ T_1, T_2: Նյուտոնի երկրորդ օրենքի համաձայն գնդիկի համար

$$\mathrm{m}\omega^2\mathrm{h}\,\mathrm{tg}\,\alpha=(\mathrm{T}_2-\mathrm{T}_1)\sin\alpha\Rightarrow \mathrm{m}\omega^2\mathrm{h}=(\mathrm{T}_2-\mathrm{T}_1)\cos\alpha \qquad (1)$$

$$mg=(T_2+T_1)\cos\alpha\,, \qquad (2)$$

որտեղից կստանանք՝

$$T_2\cos\alpha=\frac{1}{2}m\left(g+\omega^2h\right),\ T_1\cos\alpha=\frac{1}{2}m\left(g-\omega^2h\right): \qquad (3)$$

Մյուս կողմից տափօղակի համար ունենք՝

$$M\omega^2 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha=T_1\sin\alpha\,, \qquad (4)$$

որտեղից հաշվի առնելով (3)-ը ստանում ենք՝

$$M=\frac{1}{4}m\left(\frac{g}{\omega^2h}-1\right):$$