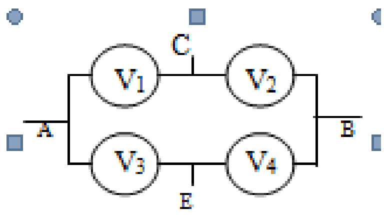
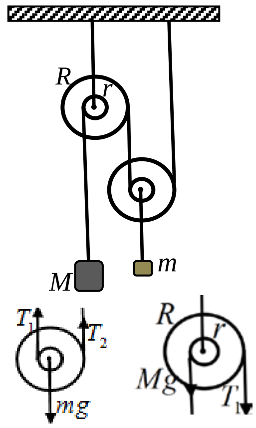
9-րդ դասարան

1. (5 միավոր) Շղթան կազմված է չորս տարբեր վոլտմետրերից (տե՛ս նկ.): Երբ ինչ-որ լարում միացվում է A և B կետերի միջև, վոլտմետրերի ցուցմունքները կլինեն՝ $V_1 = 20$ Վ, $V_2 = 30$ Վ, $V_4 = 40$ Վ: Երբ այդ նույն լարումը միացվում է C և E կետերի միջև երկրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը՝ $V_2' = 10$ Վ: Ինչի՞ է հավասար այդ դեպքում երրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը:




*Լուծում:* $V_1 + V_2 = V_3 + V_4$, $V_3 = 10$ Վ, $V_1 / R_1 = V_2 / R_2 \Rightarrow R_2 = 1{,}5R_1$, $V_3 / R_3 = V_4 / R_4 \Rightarrow R_4 = 4R_3$, $V_4' = 40$ Վ, $V_4' / V_2' = R_4 / R_2 = 4R_3 / 1{,}5R_1 = 4 \Rightarrow R_3 = 1{,}5R_1$, $V_3' / V_1' = R_3 / R_1 = 1{,}5$, $V_3' + V_1' = 50$ Վ, $V_3' = 30$ Վ:

2. (5 միավոր) Նկարում պատկերված համակարգում երկու միանման անկշիռ ճախարակների շառավիղները $r$ և $R$ ( $R > r$ ) են (տե՛ս նկ.): Մի ճախարակից կախված է $m$ զանգվածով բեռ, իսկ մյուսից՝ $M$ զանգվածով բեռ: Բոլոր թելերը ուղղաձիգ են: Շփումն ամենուրեք կարելի է անտեսել: $m / M$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում:

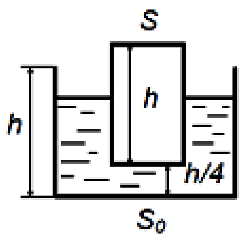



*Լուծում:*

$$T_1 \cdot r = T_2 \cdot R, \; T_1 + T_2 = mg, \; T_1 = mg\frac{R}{R+r}, \; T_2 = mg\frac{r}{R+r},$$

$$T_1 R = Mgr \Rightarrow M = \frac{T_1 R}{gr} = m\frac{R^2}{r(R+r)}, \; \frac{m}{M} = \frac{r(R+r)}{R^2}:$$

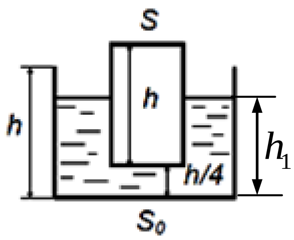
3. (5 միավոր) Բաժակը կիսով չափ լցված է $\rho$ խտությամբ հեղուկով: Դրա մեջ իջեցնում են գլան, որի բարձրությունը հավասար է բաժակի բարձրությանը (տե՛ս նկ.): Գլանը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում, երբ այն ուղղաձիգ է, և դրա հիմքը գտնվում է բաժակի հիմքից $h / 4$ հեռավորության վրա: Որքա՞ն է գլանի նյութի խտությունը, եթե բաժակի հիմքի մակերեսը $S_0$ է, իսկ գլանինը՝ $S$: Մարմնի խտությունների ո՞ր արժեքների դեպքում է դա հնարավոր:




*Լուծում:*

Ջրի ծավալի համար ունենք՝

$$\left(h_1 - \frac{h}{4}\right)(S_0 - S) + \frac{h}{4}S_0 = \frac{h}{2}S_0 \Rightarrow h_1 = \frac{h}{4}\left(1 + \frac{S_0}{S_0 - S}\right):$$




Գլանի հավասարակշռության պայմանն է

$\left(h_1 - \frac{h}{4}\right)\rho = h\rho_1$, որտեղից հաշվի առնելով $h_1$ -ի արժեքը, ստանում ենք

$$\rho_1 = \frac{S_0}{4(S_0 - S)}\rho:$$

Այս դատողությունները ճիշտ են, եթե $h_1 < h$, այսինքն երբ

$h_1 = \frac{h}{4}\left(1 + \frac{S_0}{S_0 - S}\right) < h \Rightarrow \frac{S_0}{S_0 - S} < 3$, ինչը նշանակում է, որ խնդրի պայմանները կբավարարվեն, եթե $\rho_1 < \frac{3}{4}\rho$:

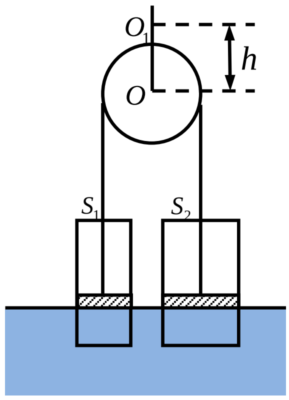
4. (5 միավոր)A-ից B վայրը միաժամանակ մեկնում են գետով լաստն ու մոտորանավակը և գետափնյա ճանապարհով՝ ավտոմեքենան: Ավտոմեքենան և մոտորանավակը հասնելով B վայր անմիջապես վերադառնում են A վայր: Ավտոմեքենան հանդիպում է լաստին A-ից դուրս գալուց

$t_1$ ժամ հետո: Ե՞րբ կհանդիպի լաստը մոտորանավակին, եթե ավտոմեքենայի արագությունը $v_1$ է, մոտորանավակի սեփական արագությունը՝ $v_2$, գետի հոսանքինը՝ $u$:

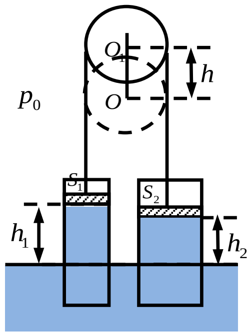
*<u>Լուծում:</u>* Ավտոմեքենայի և լաստի հանդիպման պայմանն է $ut_1 + v_1 t_1 = 2S$, որտեղ $S$-ը A և B վայրերի հեռավորությունն է: Մոտորանավակի և լաստի հանդիպման պայմանն է $(v_2+u)\ t_2/2 + (v_2-u)\ t_2/2 + u\ t_2 = 2S$, որտեղ հաշվի է առնված, որ լաստի նկատմամբ մոտորանավակի արագությունը $v_2$ է, և այն հեռանում ու մոտենում է լաստին $t_2/2$ ժամանակում: Այդ հավասարումներից ստանում ենք $(u+v_1)t_1 = (u+v_2)t_2$, ուստի

$$t_2 = (u+v_1)t_1/(u+v_2):$$

10-րդ դասարան




1. (5 միավոր) Ջրամբարում ուղղաձիգ դիրքով տեղադրված են $S_1$ և $S_2$ հատույթի մակերեսներով խողովակներ, որոնց ներսում գտնվող անկշիռ մխոցները միացված են իրար ճախարակի վրայով գցված թելով (տե՛ս նկ.)։ Սկզբնական դիրքում մխոցները գտնվում են ջրի մակարդակին և թելը չի կախվում։ Ճախարակը դանդաղ բարձրացնում են $h$-ով։ Ինչքա՞ն կբարձրանա մխոցներից յուրաքանչյուրը։

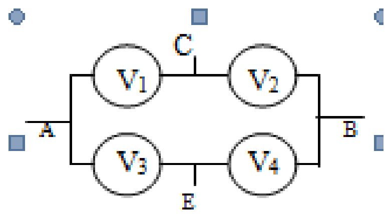



*Լուծում:* Ճախարակի բարձրացնելուց հետո ճնշումը առաջին մխոցի տակ հավասար է $p_0-\rho g h_1$, որտեղ $h_1$-ը մխոցի հեռավորությունն է ջրի մակարդակից։ Մխոցի հավասարակշռության պայմանն է $T+(p_0-\rho g h_1)S_1=p_0 S_1$, որտեղից հետևում է, որ $T=\rho g h_1 S_1$։ Այսպիսով ստանում ենք $T=\rho g h_1 S_1=\rho g h_2 S_2$։ Ունենք նաև, որ $h_1+h_2=2h$։

Ստացված հավասարումներից ստանանք՝

$$h_1=2h\frac{S_2}{S_2+S_1},\ h_2=2h\frac{S_1}{S_2+S_1}:$$

2. (4 միավոր) Շղթան կազմված է չորս տարբեր վոլտմետրերից (տե՛ս նկ.)։ Երբ ինչ-որ լարում միացվում է A և B կետերի միջև, վոլտմետրերի ցուցմունքները կլինեն՝ $V_1=20$ Վ, $V_2=30$ Վ, $V_4=40$ Վ։ Երբ այդ նույն լարումը միացվում է C և E կետերի միջև երկրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը՝ $V_2'=10$ Վ։ Ինչի՞ է հավասար այդ դեպքում երրորդ վոլտմետրի ցուցմունքը։



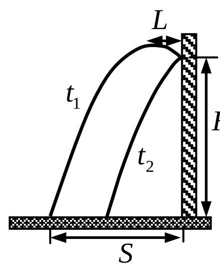

*Լուծում:* $V_1+V_2=V_3+V_4$, $V_3=10$ Վ, $V_1/R_1=V_2/R_2\Rightarrow R_2=1{,}5R_1$, $V_3/R_3=V_4/R_4\Rightarrow R_4=4R_3$, $V_4'=40$ Վ, $V_4'/V_2'=R_4/R_2=4R_3/1{,}5R_1=4\Rightarrow R_3=1{,}5R_1$, $V_3'/V_1'=R_3/R_1=1{,}5$, $V_3'+V_1'=50$ Վ, $V_3'=30$ Վ։

3. (5 միավոր) Անկյան տակ նետված գնդիկը $t_1$ ժամանակում հասնում է ուղղաձիգ պատին, առաձգականորեն անդրադառնում է դրանից և բախումից $t_2$ ժամանակ անց ընկնում է գետնին։ Գնդի հետագծի ամենա բարձր կետը գտնվում է պատից $L$ հեռավորության վրա։

Որքա՞ն է նետման կետի $S$ հեռավորությունը պատից։

Ի՞նչ $H$ բարձրության վրա է գունդը բախվել պատին։

Ի՞նչ $\alpha$ անկյան տակ էր նետված մարմինը։




*Լուծում:* Եթե նշանակենք մարմնի սկզբնական արագությունը v-ով, ապա հաշվի առնելով, որ թռիչքի ընթացքում արագության հորիզոնական բաղադրիչը չի փոխվում և որ առավելագույն բարձրության կետից մինչև պատը հասնելու ժամանակը $\frac{t_1-t_2}{2}$ է, ստանում ենք

$$\mathrm{v}\cos\alpha\cdot\left(\frac{t_1-t_2}{2}\right)=L:$$ Ուստի նետման կետի $S$ հեռավորությունը պատից կլինի

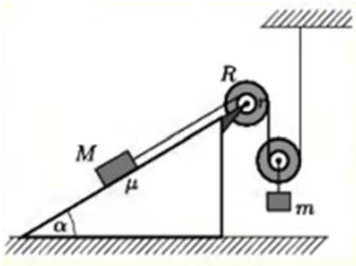
$$S=\mathrm{v}\cos\alpha\cdot t_1=2L\frac{t_1}{t_1-t_2}:$$

Մյուս կողմից ունենք $H=\mathrm{v}\sin\alpha t_1-\frac{g t_1^2}{2}=\mathrm{v}\sin\alpha t_2-\frac{g t_2^2}{2}$, որտեղից ստանում ենք որ

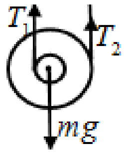
$\mathrm{v}\sin\alpha\left(t_1-t_2\right)=\dfrac{g\left(t_1^2-t_2^2\right)}{2}\Rightarrow \mathrm{v}\sin\alpha=\dfrac{g\left(t_1+t_2\right)}{2}$: Տեղադրելով ստացվածը նախորդ հավասարման մեջ, ստանում ենք $H=\dfrac{g\left(t_1+t_2\right)}{2}t_1-\dfrac{gt_1^2}{2}=\dfrac{gt_1t_2}{2}$:

Նետման անկյան համար ունենք $\mathrm{tg}\,\alpha=\dfrac{\mathrm{v}\sin\alpha}{\mathrm{v}\cos\alpha}=\dfrac{g\left(t_1^2-t_2^2\right)}{4L}$:

4. (6 միավոր) Նկարում պատկերված համակարգում երկու միանման անկշիռ ճախարակների շառավիղները $r$ և $R$ ( $R>r$ ) են (տե՛ս նկ.): Մի ճախարակից կախված է $m$ զանգվածով բեռ: Այդ ճախարակին միացված թելերը ուղղաձիգ են: Մյուս ճախարակի թեք հարթությանը զուգահեռ թելին միացված է $M$ զանգվածով չորսուն: Չորսուի և թեք հարթության միջև շփման գործակիցը $\mu$ է, իսկ մնացած տեղերում շփումը կարելի է անտեսել: Թեք հարթությունն անշարժ է: $m/M$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում: $\alpha=30^0$, $\mu=0,2$, $R=2r$:



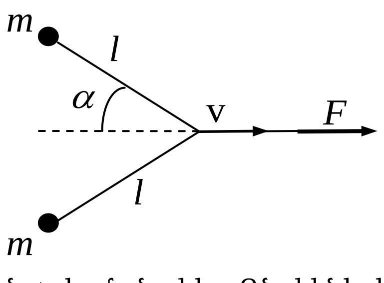

Լուծում: Ճախարակի հավասարակշռության վիճակում $T_1\cdot r=T_2\cdot R$, և $T_1+T_2=mg$, որտեղից ստանում ենք $T_1=mg\dfrac{R}{R+r}$: Եթե չորսուն բարձրանում է վերև, դրան կապած թելի առավելագույն լարվածությունը կլինի $Mg\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)$: Առաջին ճախարակը շարժվում է դեպի ներքև, երկրորդ ճախարակի հավասարակշռության պայմանից $T_1R=Mg\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)r$, $mg\dfrac{R}{R+r}R=Mg\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)r$, հետևաբար




$$\frac{m}{M}=\frac{\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)\left(R+r\right)r}{R^2}=\frac{3}{4}\left(0,5+0,2\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx 0,50:$$

$0,2<\mathrm{tg}\,30^0$, ուստի չորսուն կարող է շարժվել նաև ներքև: $m$ -ի առավելագույն արժեքը, որի դեպքում դա հնարավոր է որոշվում է հետևյալ պայմանից $mg\dfrac{R}{R+r}R=Mg\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)r$` որտեղից $\dfrac{m}{M}=\dfrac{\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)\left(R+r\right)r}{R^2}=\dfrac{3}{4}\left(0,5-0,2\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx 0,24$: Այսպիսով համակարգը կգտնվի դադարի վիճակում երբ $0,24<\dfrac{m}{M}<0,50$:

5. (5 միավոր) Ողորկ հորիզոնական սեղանի վրա իրարից $2l$ հեռավորության վրա դրված են երկու միանման $m$ զանգվածով գնդիկ(տե՛ս նկ.): Գնդիկները միացված են $2l$ երկարությամբ չձգվող անկշիռ թելով: Թելը սկսում են քաշել միջնակետում կիրառված և թելին ուղղահայաց $F$ ուժով այնպես, որ միջնակետը շարժվում է հաստատուն $\mathrm{v}$ արագությամբ: Ինչքա՞ն է այդ ուժի արժեքն այն պահին, երբ թելերը կազմում են $2\alpha$ անկյուն: Գտեք $F$ ուժի կախումը շարժման $t$ ժամանակից: Գնդիկների բախումները բացարձակ առաձգական են



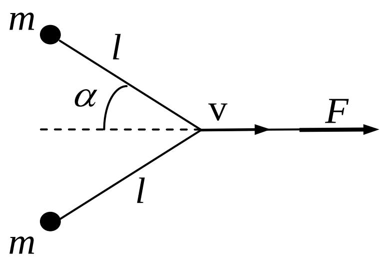

Լուծում: Խնդիրը դիտարկենք $\mathrm{v}$ արագությամբ շարժվող իներցիալ համակարգում: Այդ համակարգում գնդիկների արագությունը սկզբնական պահին $\mathrm{v}$ է: Պարզ, որ գնդիկների վրա ազդում է միայն թելի լարման ուժը, որը աշխատանք չի կատարում: Հետևաբար գնդիկների արագությունը այդ համակարգում $\mathrm{v}$ է, իսկ թելի լարման ուժը` $T=\dfrac{m\mathrm{v}^2}{l}$: Ուստի

$F = 2T\cos\alpha = 2\frac{m\text{v}^2}{l}\cos\alpha$ ։ Գնդիկները $t$ ժամանակում անցնում են $\text{v}t$ ճանապարհ, պտտվում է $\alpha = \frac{\text{v}t}{l}$ ։ Բախումների ժամանակ նրանք շարժվում են նույն $\text{v}$ արագությամբ։

Այսպիսով $F = 2\frac{m\text{v}^2}{l}\left|\sin\frac{\text{v}t}{l}\right|$ ։

11-րդ դասարան

1. (5 միավոր) Ողորկ հորիզոնական սեղանի վրա իրարից $2l$ հեռավորության վրա դրված են երկու միանման $m$ զանգվածով գնդիկ(տե՛ս նկ.): Գնդիկները միացված են $2l$ երկարությամբ չձգվող անկշիռ թելով: Թելը սկսում են քաշել միջնակետում կիրառված և թելին ուղղահայաց $F$ ուժով այնպես, որ միջնակետը շարժվում է հաստատուն $\mathrm{v}$ արագությամբ: Ինչքա՞ն է այդ ուժի արժեքն այն պահին, երբ թելերը կազմում են $2\alpha$ անկյուն: Գտեք $F$ ուժի կախումը շարժման $t$ ժամանակից: Գնդիկների բախումները բացարձակ առաձգական են



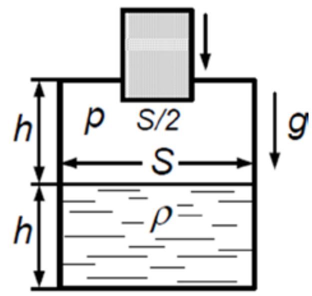

*Լուծում:* Խնդիրը դիտարկենք $\mathrm{v}$ արագությամբ շարժվող իներցիալ համակարգում: Այդ համակարգում գնդիկների արագությունը սկզբնական պահին $\mathrm{v}$ է: Պարզ, որ գնդիկների վրա ազդում է միայն թելի լարման ուժը, որը աշխատանք չի կատարում: Հետևաբար գնդիկների արագությունը այդ համակարգում $\mathrm{v}$ է, իսկ թելի լարման ուժը՝ $T = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{l}$: Ուստի

$F = 2T\cos\alpha = 2\dfrac{m\mathrm{v}^2}{l}\cos\alpha$: Գնդիկները $t$ ժամանակում անցնում են $\mathrm{v}t$ ճանապարհ, պտտվում է

$\alpha = \dfrac{\mathrm{v}t}{l}$: Բախումների ժամանակ նրանք շարժվում են նույն $\mathrm{v}$ արագությամբ:

Այսպիսով $F = 2\dfrac{m\mathrm{v}^2}{l}\left|\sin\dfrac{\mathrm{v}t}{l}\right|$:

2. (5 միավոր) $2h$ բարձրությամբ և $S$ հիմքի մակերեսով գլանաձև հերմետիկ անոթի մեջ մինչև $h$ բարձրությունը լցված է $\rho$ խտությամբ հեղուկ (տե՛ս նկ.): Հեղուկի վերևում գազ է, որի ճնշումը $p$ է: Կափարիչի միջի անցքով անոթի մեջ $1{,}5h$ -ով իջեցնում են անկշիռ գլանաձև մխոց, որի հատույթի մակերեսը $S/2$ է: Գտեք այն $F$ ուժը, որը պետք է կիրառել մխոցի վրա վերջինս այդ դիրքում պահելու համար: Ջերմաստիճանը հաստատուն է, արտաքին ճնշումը $p$ է:




*Լուծում:* Մխոցը իջեցնելուց հետո ջրի մակարդակը անոթում բարձրանում է $x$ -ով՝ $0{,}5h\dfrac{S}{2} = x\cdot\left(S - \dfrac{S}{2}\right) \Rightarrow x = 0{,}5h$: Անոթում գազի սկզբնական ծավալը՝ $V_1 = Sh$, վերջնականը՝

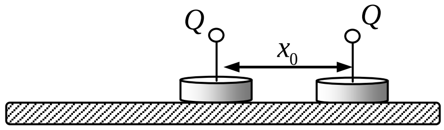
$V_2 = \left(h - 0{,}5h\right)\dfrac{S}{2} = \dfrac{Sh}{4}$: Քանի որ ջերմաստիճանը հաստատուն է

$$pV_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = 4p:$$

Մխոցի հավասարակշռության պայմանից $p\dfrac{S}{2} + F = \left(4p + \rho gh\right)\dfrac{S}{2}$ ստանում ենք

$$F = \left(3p + \rho gh\right)\frac{S}{2}:$$

3. (5 միավոր) $m = 5$ գ զանգվածով երկու մեկուսիչ տափօղակ տեղադրված են սեղանի հորիզոնական մակերևույթին այնպես, որ դրանց կենտրոնների հեռավորությունը $x_0 = 5$ սմ է (տե՛ս նկ.): Դրանց կենտրոնների վերևում ամրացված են $Q = 8\cdot10^{-8}$ Կլ լիցքով փոքր գնդիկներ: Տափօղակներից մեկը ամրացված է, իսկ մյուսը բաց են թողնում և այն սահում է սեղանի մակերևույթով: Շփման գործակիցը տափօղակի և սեղանի միջև $\mu = 0{,}3$: Լիցքերի էլեկտրական փոխազդեցությունը սեղանի հետ անտեսեք:



Ինչքա՞ն է գնդիկների $x_1$ հեռավորությունն այն պահին, երբ շարժվող տափօղակի արագությունն առավելագույնն է:

Ինչքա՞ն է առավելագույն $\mathrm{v}_{max}$ արագությունը:

Ի՞նչ $x_2$ հեռավորության վրա տափօղակը կանգ կառնի: Ի՞նչ կապ կա $x_0$, $x_1$ և $x_2$ մեծությունների միջև:

*Լուծում:* Տափօղակի արագությունը կլինի առավելագույնը այն պահին, երբ նրա վրա ազդող ուժերի համազորը կհավասարվի զրոյի: Այդ կետում $k\dfrac{Q^2}{x_1^2}=\mu mg$, որտեղից ստանում ենք

$$x_1=\sqrt{\frac{kQ^2}{\mu mg}}=6,25 \text{ սմ:}$$

Այդ կետում տափօղակի արագությունը որոշվում է հետևյալն հավասարումից

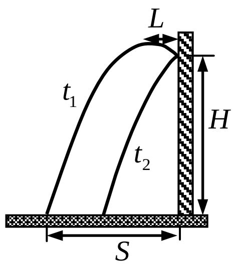
$$k\frac{Q^2}{x_0}-k\frac{Q^2}{x_1}-\mu mg\left(x_1-x_0\right)=\frac{m\mathrm{v}_{max}^2}{2}:$$

Տափօղակը կանք կառնի, երբ դրա վրա ազդող ուժերի կատարած աշխատանքների գումարը հավասարվի զրոյի՝ $k\dfrac{Q^2}{x_0}-k\dfrac{Q^2}{x_2}-\mu mg\left(x_2-x_0\right)=0$: Այստեղից ստանում ենք

$x_2=\dfrac{kQ^2}{\mu mgx_0}\approx 7,84$ սմ:

Դժվար չէ տեսնել, որ $x_2x_0=x_1^2$:

4. (4 միավոր) Անկյան տակ նետված գնդիկը $t_1$ ժամանակում հասնում է ուղղաձիգ պատին, առաձգականորեն անդրադառնում է դրանից և բախումից $t_2$ ժամանակ անց ընկնում է գետնին: Գնդի հետագծի ամենա բարձր կետը գտնվում է պատից $L$ հեռավորության վրա:




Որքա՞ն է նետման կետի $S$ հեռավորությունը պատից:

Ի՞նչ $H$ բարձրության վրա է գունդը բախվել պատին:

Ի՞նչ $\alpha$ անկյան տակ էր նետված մարմինը:

*Լուծում:* Եթե նշանակենք մարմնի սկզբնական արագությունը $\mathrm{v}$-ով, ապա հաշվի առնելով, որ թռիչքի ընթացքում արագության հորիզոնական բաղադրիչը չի փոխվում և որ առավելագույն բարձրության կետից մինչև պատը հասնելու ժամանակը $\dfrac{t_1-t_2}{2}$ է, ստանում ենք

$\mathrm{v}\cos\alpha\cdot\left(\dfrac{t_1-t_2}{2}\right)=L$: Ուստի նետման կետի $S$ հեռավորությունը պատից կլինի

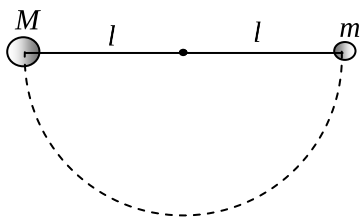
$S=\mathrm{v}\cos\alpha\cdot t_1=2L\dfrac{t_1}{t_1-t_2}$:

Մյուս կողմից ունենք $H=\mathrm{v}\sin\alpha t_1-\dfrac{gt_1^2}{2}=\mathrm{v}\sin\alpha t_2-\dfrac{gt_2^2}{2}$, որտեղից ստանում ենք որ

$$\mathrm{v}\sin\alpha\left(t_1-t_2\right)=\frac{g\left(t_1^2-t_2^2\right)}{2}\Rightarrow \mathrm{v}\sin\alpha=\frac{g\left(t_1+t_2\right)}{2}:$$ Տեղադրելով ստացվածը նախորդ հավասարման մեջ, ստանում ենք $H=\dfrac{g\left(t_1+t_2\right)}{2}t_1-\dfrac{gt_1^2}{2}=\dfrac{gt_1t_2}{2}$:

Նետման անկյան համար ունենք $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{\mathrm{v}\sin\alpha}{\mathrm{v}\cos\alpha}=\dfrac{g\left(t_1^2-t_2^2\right)}{4L}$:

5. (6 միավոր) $M$ և $m$ $(\mathrm{M}>\mathrm{m})$ զանգվածներով գնդիկները թելերով կախված են միևնույն կետից: Գնդիկների կենտրոնների հեռավորությունը կախման կետից $l$ է: Գնդիկները շեղում են հորիզոնական դիրքին(տե՛ս նկ.) և միաժամանակ բաց թողնում: Դրանց կենտրոնական բախումը բացարձակ առաձգական է:




Որտե՞ղ կբախվեն գնդիկները:

$M/m$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում փոքր գնդիկը կհասնի թելով թույլատրված առավելագույն բարձրությանը: Այդ դեպքում ինչքա՞ն կբարձրանա մեծ գնդիկը

*Լուծում:* Գնդիկների արագությունները $\alpha$ անկյան հասնելիս կախված չեն զանգվածներից, ուստի նրանք միշտ գտնվում են նույն հորիզոնականի վրա և կբախվեն ամենացածր կետում, ունենալով $\mathrm{v}=\sqrt{2gl}$ արագություն: Քանի որ բախումը բացարձակ առաձգական է, իմպուլս և էներգիան պահպանվում են՝

$$M\,\mathrm{v}-m\,\mathrm{v}=M\,\mathrm{v}_1+m\,\mathrm{v}_2\,,\quad \frac{M\,\mathrm{v}^2}{2}+\frac{m\,\mathrm{v}^2}{2}=\frac{M\,\mathrm{v}_1^2}{2}+\frac{m\,\mathrm{v}_2^2}{2}:$$

Լուծելով այդ համակարգը ստանում ենք

$$\mathrm{v}_2=\frac{3M-m}{M+m}\mathrm{v}\,,\ \ \mathrm{v}_1=\frac{M-3m}{M+m}\mathrm{v}:$$

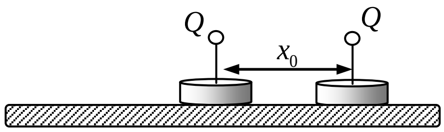
Որպեսզի փոքր մարմինը հասնի թելով թույլատրված առավելագույն բարձրությանը, այսինքն կատարի լրիվ պտույտ, նա պետք է ունենա $\mathrm{v}_2^2\geq 5gl$ : Այսպիսով ստանում ենք

$$\left(\frac{3M-m}{M+m}\right)^2 2gl\geq 5gl\Rightarrow\frac{3M-m}{M+m}\geq\sqrt{\frac{5}{2}}\,,$$ որտեղից հետևում է, որ $$\frac{M}{m}\geq\frac{\sqrt{2,5}+1}{3-\sqrt{2,5}}\approx 1,82:$$

Այդ դեպքում երկրորդ մարմինը կբարձրանա

$$Mgh=\frac{\mathrm{M}\,\mathrm{v}_1^2}{2}\Rightarrow h=\left(\frac{M-3m}{M+m}\right)^2 l=\left(\frac{M/m-3}{M/m+1}\right)^2 l\approx 0,175l:$$

1. (5 միավոր) $m = 5$ գ զանգվածով երկու մեկուսիչ տափօղակ տեղադրված են սեղանի հորիզոնական մակերևույթին այնպես, որ դրանց կենտրոնների հեռավորությունը $x_0 = 5$ սմ է (տե՛ս նկ.): Դրանց կենտրոնների




վերևում ամրացված են $Q = 8 \cdot 10^{-8}$ Կլ լիցքով փոքր գնդիկներ: Տափօղակներից մեկը ամրացված է, իսկ մյուսը բաց են թողնում և այն սահում է սեղանի մակերևույթով: Շփման գործակիցը տափօղակի և սեղանի միջև $\mu = 0,3$: Լիցքերի էլեկտրական փոխազդեցությունը սեղանի հետ անտեսեք:

Ինչքա՞ն է գնդիկների $x_1$ հեռավորությունն այն պահին, երբ շարժվող տափօղակի արագությունն առավելագույնն է:

Ինչքան է առավելագույն $v_{max}$ արագությունը:

Ի՞նչ $x_2$ հեռավորության վրա տափօղակը կանգ կառնի:

Ի՞նչ կապ կա $x_0$, $x_1$ և $x_2$ մեծությունների միջև:

*Լուծում:* Տափօղակի արագությունը կլինի առավելագույնը այն պահին, երբ նրա վրա ազդող ուժերի համազորը կհավասարվի զրոյի: Այդ կետում $k\dfrac{Q^2}{x_1^2} = \mu mg$, որտեղից ստանում ենք

$$x_1 = \sqrt{\frac{kQ^2}{\mu mg}} = 6,25 \text{ սմ:}$$

Այդ կետում տափօղակի արագությունը որոշվում է հետևյալն հավասարումից

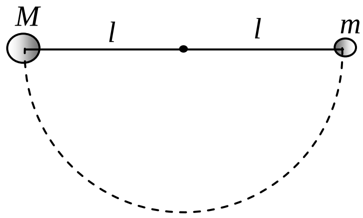
$$k\frac{Q^2}{x_0} - k\frac{Q^2}{x_1} - \mu mg\left(x_1 - x_0\right) = \frac{m\text{v}_{\max}^2}{2}:$$

Տափօղակը կանք կառնի, երբ դրա վրա ազդող ուժերի կատարած աշխատանքների գումարը հավասարվի զրոյի՝ $k\dfrac{Q^2}{x_0} - k\dfrac{Q^2}{x_2} - \mu mg\left(x_2 - x_0\right) = 0$: Այստեղից ստանում ենք

$x_2 = \dfrac{kQ^2}{\mu mg x_0} \approx 7,84$ սմ:

Դժվար չէ տեսնել, որ $x_2 x_0 = x_1^2$:

2. (6 միավոր) $M$ և $m$ $(\text{M} > \text{m})$ զանգվածներով գնդիկները թելերով կախված են միևնույն կետից: Գնդիկների կենտրոնների հեռավորությունը կախման կետից $l$ է: Գնդիկները շեղում են հորիզոնական դիրքին(տե՛ս նկ.) և միաժամանակ բաց թողնում: Դրանց կենտրոնական բախումը բացարձակ առաձգական է:




Որտե՞ղ կբախվեն գնդիկները:

$M/m$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում փոքր գնդիկը կհասնի թելով թույլատրված առավելագույն բարձրությանը: Այդ դեպքում ինչքա՞ն կբարձրանա մեծ գնդիկը

*Լուծում:* Գնդիկների արագությունները $\alpha$ անկյան հասնելիս կախված չեն զանգվածներից, ուստի նրանք միշտ գտնվում են նույն հորիզոնականի վրա և կբախվեն ամենացածր կետում, ունենալով $\text{v} = \sqrt{2gl}$ արագություն: Քանի որ բախումը բացարձակ առաձգական է, իմպուլս և էներգիան պահպանվում են՝

$$M\text{v} - m\text{v} = M\text{v}_1 + m\text{v}_2,\quad \frac{M\text{v}^2}{2} + \frac{m\text{v}^2}{2} = \frac{M\text{v}_1^2}{2} + \frac{m\text{v}_2^2}{2}:$$

Լուծելով այդ համակարգը ստանում ենք

$$\text{v}_2 = \frac{3M - m}{M + m}\text{v},\ \ \text{v}_1 = \frac{M - 3m}{M + m}\text{v}:$$

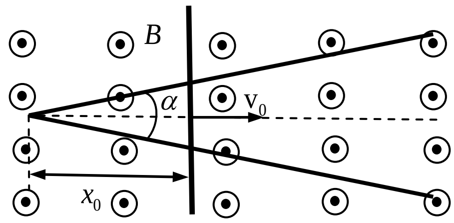
Որպեսզի փոքր մարմինը հասնի թելով թույլատրված առավելագույն բարձրությանը, այսինքն կատարի լրիվ պտույտ, նա պետք է ունենա $\mathrm{v}_2^2 \geq 5gl$ ։ Այսպիսով ստանում ենք

$\left(\dfrac{3M-m}{M+m}\right)^2 2gl \geq 5gl \Rightarrow \dfrac{3M-m}{M+m} \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}}$ , որտեղից հետևում է, որ $\dfrac{M}{m} \geq \dfrac{\sqrt{2,5}+1}{3-\sqrt{2,5}} \approx 1,82$ ։

Այդ դեպքում երկրորդ մարմինը կբարձրանա

$$Mgh = \frac{M\mathrm{v}_1^2}{2} \Rightarrow h = \left(\frac{M-3m}{M+m}\right)^2 l = \left(\frac{M/m-3}{M/m+1}\right)^2 l \approx 0,175l \text{ ։}$$

3. (6 միավոր) Երկու ողորկ հաղորդիչ լար, որոնց դիմադրությունը կարելի է անտեսել տեղադրված են հորիզոնական սեղանին այնպես որ իրար հետ կազմում են $\alpha$ անկյուն: $m$ զանգվածով երկար ձողը տեղադրված է դրանց վրա, անկյան կիսորդին ուղղահայաց՝ լարերի միացման $A$ կետից $x_0$ հեռավորության վրա: Համակարգը




գտնվում է $B$ ինդուկցիայով համասեռ ուղղաձիգ մագնիսական դաշտում: Ձողի միավոր երկարության դիմադրությունը $r$ է: Էլեկտրական կոնտակտը ձողի և լարերի միջև լավն է: Ձողին հաղորդում են հորիզոնական $\mathrm{v}_0$ արագություն: Որտե՞ղ այն կանգ կառնի:

<u>*Լուծում:*</u> Երբ ձողը գտնվում է անկյան գագաթից $x$ հեռավորության վրա, մագնիսական դաշտի ինդուկցիայի հոսքը փակ շրջանակում՝ $\Phi = Bx^2 \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$ , ուստի մակածված ԷլՇՈւ-ն հավասար է

$\mathcal{E} = -\Phi' = -2Bx\mathrm{v}\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$ ։ Հաշվի առնելով, որ այդ դեպքում շրջանակի դիմադրությունը՝

$R = 2rx\operatorname{tg}(\alpha/2)$ , ստանում ենք հոսանքի ուժը շրջանակում՝

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2rx\operatorname{tg}(\alpha/2)} = -\frac{2Bx\mathrm{v}\operatorname{tg}(\alpha/2)}{2rx\operatorname{tg}(\alpha/2)} = -\frac{B\mathrm{v}}{r} \text{ ։}$$

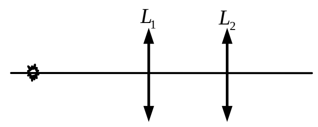
Ձողի վար ազդող Ամպերի ուժը ՝ $F = IB2x\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{2B^2x\mathrm{v}\operatorname{tg}(\alpha/2)}{r}$ ։ Շարժման հավասարումից

$-\dfrac{2B^2x\mathrm{v}\operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} = ma$ ստանում ենք $-\dfrac{B^2\operatorname{tg}(\alpha/2)}{r}\Delta\left(x^2\right) = \Delta(m\mathrm{v})$ ։ Այսպիսով

$\dfrac{B^2\operatorname{tg}(\alpha/2)}{r}\left(x^2 - x_0^2\right) = m\mathrm{v}$ , որտեղից էլ ստանում ենք, որ ձողը կանգ կառնի գագաթից

$x = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{m\mathrm{v}r}{B^2\operatorname{tg}(\alpha/2)}}$ հեռավորության վրա:

4. (4 միավոր) Երկու 10 դպտր օպտիկական ուժով ոսպնյակներ տեղադրված են այնպես, որ դրանց գլխավոր օպտիկական առանցքները համընկնում են: Երբ առարկան գտնվում է առաջին ոսպնյակից ձախ, 12 սմ հեռավորության վրա, երկրորդ ոսպնյակում ստացվում է 50 անգամ խոշորացված կեղծ պատկեր:




Ինչքա՞ն է ոսպնյակների միջև հեռավորությունը:

Ինչքա՞ն և դեպի ուր պետք է տեղաշարժել երկրորդ ոսպնյակը, որպեսզի էկրանի վրա ստացվի 10 անգամ խոշորացված պատկեր:

*Լուծում:* Առաջին ոսպնյակում ստացվող պատկերը իրական է և գտնվում է ոսպնյակից $f_1$ հեռավորության վրա՝ $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F}\Rightarrow f_1=\frac{d_1F}{d_1-F}=60$ սմ: Առաջին ոսպնյակում $\Gamma_1=\frac{F}{d_1-F}=5$

Երկրորդ ոսպնյակում խոշորացմամբ կեղծ պատկերը ստացվում է եթե առարկայի հեռավորությունը ոսպնյակից $d_2$ է՝ $\frac{1}{d_2}-\frac{1}{\Gamma_1' d_2}=\frac{1}{F}\Rightarrow d_2=\frac{\Gamma_1'-1}{\Gamma_1'}F=9$ սմ, որտեղ $\Gamma_1'=\frac{50}{\Gamma_1}=10$:

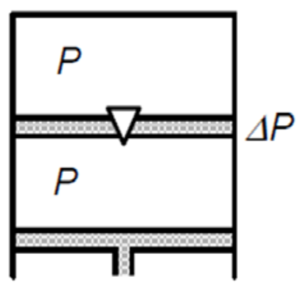
Ուստի ոսպնյակների սկզբնական հեռավորրթյունը՝

$$L=f_1+d_2=\frac{d_1F}{d_1-F}+\frac{\Gamma_1'-1}{\Gamma_1'}F=69\text{ սմ:}$$

Երկրորդ ոսպնյակում $\Gamma_2$ խոշորացմամբ կեղծ պատկերը ստացվում է եթե առարկայի հեռավորությունը ոսպնյակից՝ $d_2'=\frac{\Gamma_2'+1}{\Gamma_2'}F$, որտեղ $\Gamma_2'=\frac{10}{\Gamma_1}=2$, $d_2'=2F=15$ սմ:

Այսպիսով $\Delta L=d_2'-d_2=\left(\frac{\Gamma_2'+1}{\Gamma_2'}-\frac{\Gamma_1'-1}{\Gamma_1'}\right)F=\frac{\Gamma_1'+\Gamma_2'}{\Gamma_1'\Gamma_2'}F$ և երկրորդ ոսպնյակը պետք է տեղափոխել դեպի աջ $\Delta L=6$ սմ-ով:

5. (4 միավոր) Գլանաձև անոթը բաժանված է երկու հավասար մասի անշարժ միջնորմով, որի վրա կա կափույր, իսկ ներքևից՝ շարժական մխոց: Անոթի երկու նույն ծավալով մասերում գտնվում են նույն ջերմաստիճանի և նույն $p$ ճնշումով օդ: Կափույրն այնպես է կարգավորված, որ այն բացվում է, երբ ճնշումների տարբերությունը հավասարվում է $\Delta p$-ի: Մխոցը դանդաղ տեղաշարժում են այնպես, որ ներքևի մասի ծավալը փոքրանում է երկու անգամ, հետո մխոցը վերադարձնում են սկզբնական դիրքը: Ջերմաստիճանը միշտ մնում է նույնը: Արդյունքում ինչքա՞ն կլինի ճնշումը ներքևի մասում:




*Լուծում:* Սկզբնական դիրքում երկու մասում էլ ունենք $pV=\nu RT$: Մխոցը վերև տեղաշարժելուց հետո ունենք $p_1\frac{V}{2}=\nu_1 RT$, $p_2V=\nu_2 RT$, որտեղ $p_2=p_1-\Delta p$: Նյութի քանակը չի փոխվում, ուստի $\nu_1+\nu_2=2\nu$: Տեղադրելով այստեղ նյութերի քանակները վիճակի հավասարումներից, ստանում ենք $p_1\frac{V}{2}+(p_1-\Delta p)V=2pV$: Հետևաբար $p_1=\frac{2}{3}(2p+\Delta p)$, իսկ մխոցը սկաբնական դիրքը վերադարձնելուց հետո՝

$$p_1'=\frac{1}{2}p_1=\frac{1}{3}(2p+\Delta p):$$