

Թվային արժեքների հետ աշխատանքը

1. Մոտավոր թվերի գրառման մշակույթը

1.1. Նշանակալի և կարգային թվանշաններ

Նշանակալի թվանշաններն այն թվանշաններն են, որոնք տեղեկություն են տալիս գրառման ճշգրտության մասին: Չախից առաջատար գրոները (օրինակ՝ 0.00083-ում) **կարգային թվանշաններ են**, դրանք պարզապես ցույց են տալիս թվի կարգը և գրառման ճշգրտությունը չեն բարձրացնում:

Օրինակներ

0.00083 (2 նշանակալի՝ 8 և 3), 21.0 (3 նշանակալի՝ 2,1,0),
0.0640 (3 նշանակալի՝ 6,4,0).

1.2. Թվի ստանդարտ նշագրում

Սահմանում

Ստանդարտ նշագրումը հետևյալ գրառումն է՝

$$x = a \cdot 10^n,$$

որտեղ a -ն $[1, 10)$ միջակայքում իրական թիվ է (ստորակետը դրվում է **առաջին նշանակալի թվանշանից հետո**), իսկ n -ը ամբողջ է:

Ինչու է սա պետք օլիմպիականին

Ստանդարտ նշագրումը միանգամից լուծում է երկու խնդիր՝

- հարմար է աշխատել շատ մեծ և շատ փոքր թվերի հետ (գրոները ձեռքով չհաշվել),
- թույլ է տալիս **միարժեքորեն ցույց տալ նշանակալի թվանշանների քանակը**, հատկապես երբ սովորական գրառման մեջ աչից կան գրոներ (օրինակ՝ 300 գրառման մեջ հասկանալի չէ՝ դրա վերջի գրոները նշանակալի են, թե՛ կարգային):

Փոխարկման օրինակներ

$$\begin{aligned} 108.0 &= 1.080 \cdot 10^2, & 0.000083 &= 8.3 \cdot 10^{-5}, \\ 0.110 \cdot 10^2 &= 1.10 \cdot 10^1, & 234 \cdot 10^2 &= 2.34 \cdot 10^4. \end{aligned}$$

Նշանակալի թվանշանները ստանդարտ նշագրման մեջ

Գրառման մեջ $a \cdot 10^n$ բոլոր նշանակալի թվանշանները գտնվում են a -ում: 10^n աստիճանը միայն կարգն է որոշում և չի «ավելացնում ճշգրտությունը»:

Ինչու է սա հարմար ճշգրտությունը ցույց տալու համար

$$3 \cdot 10^2 \text{ գ}, \quad 3.0 \cdot 10^2 \text{ գ}, \quad 3.00 \cdot 10^2 \text{ գ}$$

նույն արժեքն է (300 գ), բայց տարբեր չափման ճշգրտությամբ:

Աստղագիտական օրինակ

Օբյեկտի հեռավորությունը տրված է՝

$$d = 0.0230 \text{ պկ.}$$

Ստանդարտ նշագրումով՝

$$d = 2.30 \cdot 10^{-2} \text{ պկ.}$$

Սա միանգամից ցույց է տալիս, որ d -ն ունի **3 նշանակալի թվանշան** (2, 3 և 0), իսկ ձախից գրոները պարզապես անհետանում են:

1.3. Հստակ և կասկածելի թվանշաններ

Խնդիրներում մենք սովորաբար **բացահայտ չենք գրում** որոշված մեծության սխալը/մոտավորությունը: Փոխարենը համաձայնվում ենք հետևյալ պարզ ու օգտակար լեզվի շուրջ.

- **Հստակ թվանշանները** թվի գրառման այն թվանշաններն են, որոնք **չեն փոխվի** մեծության՝ իր սխալի/մոտավորության չափով փոխելու դեպքում.
- **Կասկածելի թվանշանները** նրանք են, որ **կարող են փոխվել**:

Ֆիզիկայում/աստղագիտությունում թիվը սովորաբար գրում են այնպես, որ այն պարունակի միայն հստակ թվանշաններ. կասկածելի թվանշանները **հեռացնում են կորացմամբ**:

Օրինակ

Դիտարկումների շարքից փոփոխական աստղի բաբախման պարբերությունը գնահատվել է՝

$$P \in (2.312; 2.316) \text{ օր.}$$

Տեսնենք՝ միջակայքի սահմաններում առաջին թվանշանները համընկնում են՝

$$2.\underline{3}12 \quad \text{և} \quad 2.\underline{3}16.$$

Ուրեմն **2.31-ը հստակ է**, իսկ հաջորդ թվանշանը (հազարերորդներում)՝ **կասկածելի**: Հետևաբար գրառումը՝

$$P = 2.31 \text{ օր.}$$

Կարևոր նշում ստորակետից հետո աջ կողմի գրոների մասին

Կլորացումից հետո աջ կողմում կարող են հայտնվել գրոներ, և դրանք կարող են լինել **նշանակալի**: Օրինակ՝

$$1.999 \rightarrow 2.00.$$

Սա նորմալ է. այդ գրառմամբ հաղորդվում է, որ թիվը տրված է **մինչև հարյուրերորդներ, ոչ թե պարզապես «նոտավորապես՝ 2»**:

Եթե միջակայք չկա

Եթե թիվը տրված է **մի արժեքով** առանց միջակայքի, ապա պայմանավորվածության համաձայն համարում են, որ **բոլոր թվանշանները մինչև վերջին գրվածը ներառյալ՝ հստակ են**: Այդ պատճառով գործողություններում մենք իրավունք չունենք «հորինելու» ավելի մանր կարգեր, քան կան սկզբնական տվյալներում:

1.4. Ինչպես կլորացնել

Կլորացում մինչև k նշանակալի թվանշան

- Գտի՛ր առաջին նշանակալի թվանշանը:
- Հաշվի՛ր k նշանակալի թվանշան:
- Աջ կողմը դեն նետի՛ր՝ ըստ կլորացման կանոնի:

Փոքր օրինակներ կլորացման համար

$$\begin{aligned} 1.02345 &\rightarrow 1.02 \quad (\text{մինչև } 3 \text{ նշանակալի}), & 0.02545 &\rightarrow 0.03 \quad (\text{մինչև } 1 \text{ նշանակալի}), \\ -1.29 &\rightarrow -1 \quad (\text{մինչև } 1 \text{ նշանակալի}). \end{aligned}$$

2. Գործողությունների կանոնները թվային արժեքների հետ

2.1. Գումարում և հանում ($z = x \pm y$)

Կանոն $+$ և $-$ -ի համար (ըստ կարգերի)

$z = x \pm y$ արդյունքում ստացված մեծության **կարգը** որոշվում է սկզբնական մեծություններից **ամենակուպիտ** գրառմամբ տրվածով: Այսինքն արդյունքը չի կարելի գրել ավելի ճշգրիտ, քան ամենա **ոչ ճշգրիտ** գումարելին/հանելին:

Այգորիթմ

1. Նայիր՝ մինչև որ կարգն են գրված x -ը և y -ը (օր. տասներորդներ, հարյուրերորդներ, միավորներ.):
2. Հաշվիր z -ը սովորական ձևով:
3. Կլորացրու z -ը՝ **երկուսի մեջ ամենակուպիտ կարգին** համապատասխան:

Օգտակար հնարք՝ նախնական կլորացում

Եթե մեկ թիվը շատ ավելի «երկար» է, քան մյուսը, կարելի է **նախապես կլորացնել** երկար թիվը՝ թողնելով **մեկ պահեստային թվանշան**. այդպես պակաս շանս կա սխալվելու և «հմաստը կորցնելու»:

Օրինակ (գումարում)

$$12.3 + 4.56 = 16.86 \Rightarrow 16.9$$

քանի որ 12.3-ը տրված է **տասններորդների** ճշգրտությամբ, ու պատասխանը պետք է նույն կարգով լինի:

Օրինակ (հանում)

$$15 - 158.80 = -143.80 \Rightarrow -144$$

քանի որ 15-ը տրված է **միավորների** ճշգրտությամբ, ուրեմն արդյունքը կլորացնում ենք մինչև միավորներ:

2.2. Բազմապատկում և բաժանում ($z = xy, z = x/y$)

Կանոն $\times$ և $\div$ -ի համար (ըստ նշանակալի թվանշանների)

Արտադրյալում և քանորդում ստացված մեծությունը գրում են սկզբնական մեծություններից **առավել քիչ նշանակալի թվանշաններ** ունեցող թվի **նշանակալի թվանշանների** քանակով:

Ալգորիթմ

1. Հաշվի՛ր յուրաքանչյուր գործակցի/բաժանելիի/բաժանարարի **նշանակալի թվանշանների** քանակը:
2. Գտի՛ր նվազագույնը՝ k :
3. Հաշվի՛ր արդյունքը (կարելի է՝ պահեստային թվանշանով):
4. Վերջում կլորացրու մինչև k նշանակալի թվանշան:
5. Եթե վերջում գրո՞նք են ստացվում, ավելի լավ է գրել **ստանդարտ նշագրումով**՝ $a \cdot 10^n$:

Օրինակ (բազմապատկում)

$$18 \cdot 125 = 2250 \Rightarrow 2.3 \cdot 10^3$$

քանի որ 18-ում կա ընդամենը **2 նշանակալի թվանշան**, ուրեմն պատասխանը նույնպես՝ 2 նշանակալիով:

Օրինակ (բաժանում)

$$\frac{35.6}{4.0} = 8.90 \Rightarrow 8.9$$

35.6-ում կա 3 նշանակալի, 4.0-ում՝ 2 նշանակալի, ուրեմն վերջնականը ունի՝ **2 նշանակալի**:

2.3. Աստիճաններ, Էքսպոնենցիալ և եռանկյունաչափություն

Կարճ՝ ինչ անել բարդ ֆունկցիաների դեպքում

Այս բոլոր գործողություններում պահպանում են **այնքան նշանակալի թվանշան**, որքան ունի սկզբնական արգումենտը x -ը: Թույլատրելի է միջանկյալ քայլերում պահել **մեկ պահեստային նշանակալի թվանշան**, հատկապես եթե հետագայում այլ գործողություններ կան:

2.4. Կանոնների ամբողջական աղյուսակ

Կանոնների աղյուսակ (միավորված)

Գործողություն	Բանաձև	Ինչպես գրել արդյունքը
Գումարում և հանում	$z = x \pm y$	Կլորացնել z -ը՝ ամենակուպիտ կարգին համապատասխան x -ի և y -ի մեջ (z -ի վերջին կարգը համընկնում է այն թվի վերջին կարգին, որի կարգը ավելի մեծ է):
Բազմապատկում և բաժանում	$z = x \cdot y, z = x/y$	Թողնել z -ում նվազագույն թվով նշանակալի թվանշաններ ՝ x -ի և y -ի մեջ եղած նվազագույնին համապատասխան: (Միջանկյալ քայլերում թույլատրելի է 1 պահեստային թվանշան:)
Բազմապատկում հաստատունով	$z = A \cdot x$	Պահպանել այնքան նշանակալի թվանշան , որքան կա x -ում:
Աստիճաններ և ստանդարտ ֆունկցիաներ	$z = x^n, z = e^x,$ $z = \sin x, z = \cos x$	Պահպանել այնքան նշանակալի թվանշան , որքան ունի արգումենտը x -ը: (Կարելի է 1 պահեստային, եթե հետագայում այլ գործողություններ կան:)

3. Օրինակներ աստղագիտությունից

Օրինակ A. պարալաքս → հեռավորություն

Բանաձևը՝

$$d(\text{pc}) = \frac{1}{p(")}.$$

Տրված է՝

$$p = 0.0640".$$

Քայլ 1. Հաշվում ենք՝

$$d = \frac{1}{0.0640"} = 15.625 \text{ պկ}.$$

Քայլ 2. Բաժանում $\Rightarrow$ նշանակալի թվանշանների թիվը պատասխանում հավասար է սկզբնականների նվազագույնին: p -ն ունի 3 նշանակալի թվանշան (6,4,0):

Քայլ 3. Կլորացնում ենք մինչև 3 նշանակալի՝

$$d \approx 15.6 \text{ պկ}.$$

Օրինակ B. լուսատվություն՝ ըստ հոսքի խտության և հեռավորության

Բանաձևը՝

$$L = 4\pi d^2 F.$$

Տրված է՝

$$d = 3.20 \cdot 10^{19} \text{ մ (3)}, \quad F = 1.8 \cdot 10^{-10} \text{ Վտ/մ}^2 \text{ (2)}.$$

Քայլ 1. Արտադրյալ $\Rightarrow$ արդյունքը սահմանափակվում է նշանակալի թվանշանների նվազագույնով՝ $\min(3, 2) = 2$:

Քայլ 2. Հաշվում ենք պահեստայինով՝

$$d^2 = (3.20)^2 \cdot 10^{38} = 1.024 \cdot 10^{39},$$

$$L = 4\pi \cdot 1.024 \cdot 10^{39} \cdot 1.8 \cdot 10^{-10} \approx 2.32 \cdot 10^{30} \text{ Վտ}.$$

Քայլ 3. Կլորացնում ենք մինչև 2 նշանակալի՝

$$L \approx 2.3 \cdot 10^{30} \text{ Վտ}.$$

Օրինակ C. էքսպոզիցիաների ընդհանուր ժամանակ

$$t_1 = 12.3 \text{ րոպե}, \quad t_2 = 4.56 \text{ րոպե}.$$

Քայլ 1. Գումարում ենք՝

$$t = 12.3 + 4.56 = 16.86.$$

Քայլ 2. Գումարման համար կլորացնում ենք մինչև ամենակոպիտ կարգը (տասներորդներ):

Քայլ 3. Պատասխան՝

$$t \approx 16.9 \text{ րոպե}.$$