

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա -2022
Դպրոցական փուլ 8-րդ դասարան
Տևողություն -150 րոպե

1. Ամենափչը քանի՞ բնական բաժանարար ունի այն թիվը, որն առանց մնացորդի բաժանվում է 21-ի և 9-ի:

- 1) 8 2) 6 3) 7 4) 5

Լուծում: 21-ի և 9-ի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը 63-ն է: $63=3^2 \cdot 7^1 \rightarrow (2+1)(1+1)=6$:

2. Ինչի՞ է հավասար $24 \cdot 2^{2019} + 10 \cdot 2^{2021}$ -ը

- 1) 2^{2024} 2) 2^{2025} 3) $134 \cdot 2^{2026}$ 4) $34 \cdot 2^{2021}$

Լուծում: $24 \cdot 2^{2019} + 10 \cdot 2^{2021} = 3 \cdot 8 \cdot 2^{2019} + 5 \cdot 2 \cdot 2^{2021} = 3 \cdot 2^3 \cdot 2^{2019} + 5 \cdot 2^1 \cdot 2^{2021} = 3 \cdot 2^{2022} + 5 \cdot 2^{2022} = 8 \cdot 2^{2022} = 2^3 \cdot 2^{2022} = 2^{2025}$:

3. Հայտնի է, որ $a:b:c=1:2:3$: Ինչի՞ է հավասար $(a+b):(b+c):(c+a)$ -ն:

- 1) 2:3:4 2) 3:5:4 3) 3:5:6 4) այլ պատասխան

Լուծում: $a:b:c=1:2:3 \rightarrow a=x; b=2x; c=3x \rightarrow a+b=3x; b+c=5x; a+c=4x; \rightarrow (a+b):(b+c):(c+a)=3:5:4$

4. Եթե $a-1=b+2=c-3=d+4$, ապա $a;b;c;d$ թվերից n ըն է ամենամեծը:

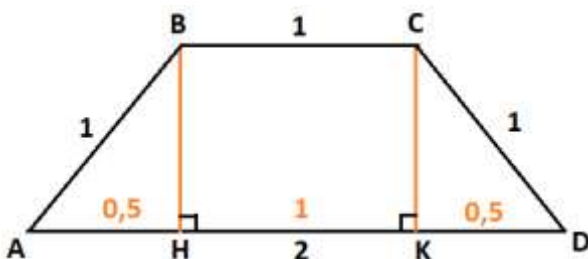
- 1) a 2) b 3) c 4) d

Լուծում: $a-1=b+2=c-3=d+4 \rightarrow a+2=b+5=c+d+7$ (բոլոր մասերին գումարենք 3) $\rightarrow c$ -ն ամենամեծն է:

5. Սեղանի պարագիծը հավասար է հինգի: Յուրաքանչյուր կողմի երկարություն արտահայտվում է բնական թվով: Ինչի՞ են հավասար երկու ամենափոքր անկյունների աստիճանային չափերը:

- 1) 60;60 2) 30;30 3) 45;60 4) 30;60

Լուծում: Սեղանի կողմերը կարող են լինել միայն 1; 1; 1; 2 /տես նկարը/: $\angle ABH=30^\circ \rightarrow \angle BAD=\angle CDA=60^\circ$:



6. Նավը A-ից B հոսանքի ուղղությամբ գնում է երեք ժամում, իսկ B-ից A հինգ ժամում: Քանի՞ ժամում կգնա լաստը A-ից B:

- 1) 8 2) 10 3) 12 4) 15

Լուծում: Նավի արագությունը նշանակենք x -ով, իսկ լաստի (գետի) արագությունը a -ով:

$$\begin{cases} AB = 3(x + a) \\ AB = 5(x - a) \end{cases} \begin{cases} 3(x + a) = 5(x - a) \\ x = 4a \\ AB = 3 \cdot 5a = 15a \end{cases} t_{\text{լաստ}} = \frac{15a}{a} = 15$$

7. Հետևյալ պնդումներից որն է ճիշտ.

- 1) չորս հատվածներ չեն կարող ունենալ 2 հատման կետ
- 2) չորս հատվածներ չեն կարող ունենալ 3 հատման կետ
- 3) չորս հատվածներ չեն կարող ունենալ 6 հատման կետ
- 4) չորս հատվածներ չեն կարող ունենալ 7 հատման կետ

Լուծում: 4 հատվածներն ամենաշատը կարող են ունենալ $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ հատման կետեր: Հետևաբար, չեն կարող ունենալ 7 հատման կետ:

8. Հայտնի է, որ $x^2 \cdot y \cdot z^3 = 7^{11}$ և $x \cdot y^2 = 7^7$: Ինչի^օ է հավասար xyz -ը:

- 1) 7^5
- 2) 7^6
- 3) 7^7
- 4) այլ պատասխան

Լուծում: $\left. \begin{array}{l} x^2 \cdot y \cdot z^3 = 7^{11} \\ x \cdot y^2 = 7^7 \end{array} \right\} \rightarrow$ բազմապատկենք $\left. \begin{array}{l} x^3 \cdot y^3 \cdot z^3 = 7^{18} \\ (x \cdot y \cdot z)^3 = (7^6)^3 \end{array} \right\} \rightarrow x \cdot y \cdot z = 7^6$

9. Եթե $2x^2 + y^2 = 6x + 2xy - 9$, ապա ինչի^օ է հավասար $x + y$ -ը:

- 1) 0
- 2) 3
- 3) 6
- 4) 9

Լուծում: $2x^2 + y^2 = 6x + 2xy - 9 \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow (x - y)^2 + (x - 3)^2 = 0 \rightarrow x - y = 0$ և $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 = y \rightarrow x + y = 6$:

10. Դրական թիվը փոքրացրին չորս անգամ, այնուհետև 40 տոկոսով: Քանի^օ տոկոսով փոքրացավ թիվը:

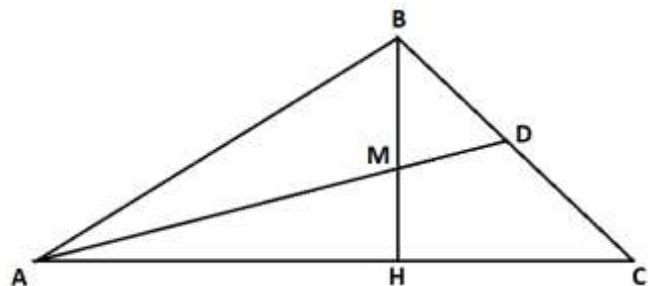
- 1) 70
- 2) 80
- 3) 85
- 4) այլ պատասխան

Լուծում: Թիվը նշանակենք x : x -ը փոքրացավ 4 անգամ՝ $\frac{x}{4}$, այնուհետև 40 տոկոսով՝ $\frac{x}{4} - \frac{\frac{x}{4} \cdot 40}{100} = \frac{3x}{20} = \frac{15x}{100}$: Փոքրացավ **85%**-ով:

11. ABC եռանկյան AD կիսորդը և BH բարձրությունը հատվում են M կետում: AMB անկյունը չորս անգամ մեծ է CAD անկյունից: Գտնել CAB անկյան աստիճանային չափը:

- 1) 30
- 2) 45
- 3) 60
- 4) այլ պատասխան

Լուծում: $BH \perp AC$, $\angle BAD = \angle DAC$, $\angle DAC$ -ն նշանակենք x -ով $\rightarrow \angle BMA = 4x$, $\angle AMH = 90 - x$, մյուս կողմից $\angle AMH = 180 - 4x$: $90 - x = 180 - 4x \rightarrow x = 30 \rightarrow \angle BAC = 60^\circ$:



12. Երկու գլանաձև մոմերից մեկը վառվում է 6 ժամում, իսկ երկրորդը 8 ժամում: Եթե երկու մոմերը վառենք միաժամանակ, ապա երեք ժամ հետո նրանց երկարությունները կհավասարվեն: Ինչի^օ է հավասար մոմերի երկարությունների հարաբերությունը:

- 1) 4:3 2) 5:4 3) 7:24 4) այլ պատասխան

Լուծում: 1-ին մոմը 1 ժամում պակասում է իր $\frac{1}{6}$ մասով, իսկ 2-րդ մոմը $\frac{1}{8}$ մասով: 3 ժամ հետո 1-ինը կպակասի $3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ մասով, իսկ 2-րդը $3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ մասով: 1-ից կմնա $\frac{1}{2}$ մասը, 2-ից $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ մասը
 $\rightarrow \frac{1}{2}a = \frac{5}{8}b \rightarrow 4a = 5b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4} \rightarrow 5:4 :$

13. Ութ հաջորդական եռանիշ թվեր այնպիսին են, որ յուրաքանչյուրը բաժանվում է իր վերջին թվանշանի վրա: Ինչի^օ է հավասար այդ թվերից ամենափոքրի թվանշանների գումարը:

- 1) 10 2) 11 3) 12 4) այլ պատասխան

Լուծում: Եթե յուրաքանչյուր եռանիշ թվից հանենք վերջին թվանշանը, ապա ստացված եռանիշ թիվը (որը կվերջանա 0-ով) պետք է բաժանվի 1-ից 8 թվերի վրա (որովհետև մեզ ամենափոքրն է հարկավոր) 1-ից 8 թվերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը՝ 840 է: Ուստի, ամենափոքր թիվը 841-ն է $\rightarrow 8+4+1=13$:

14. Երկու բնական թվերի արտադրյալ հավասար է $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ -ի: Ինչպիսի^օ մեծագույն արժեք կարող է ունենալ նրանց ընդհանուր բաժանարարը:

- 1) 30 2) 60 3) 90 4) այլ պատասխան

Լուծում: $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ -ը ներկայացնենք $(2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7) \cdot (2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1)$ կամ $(2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1) \cdot (2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7) \rightarrow$ ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը կլինի $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 90$:

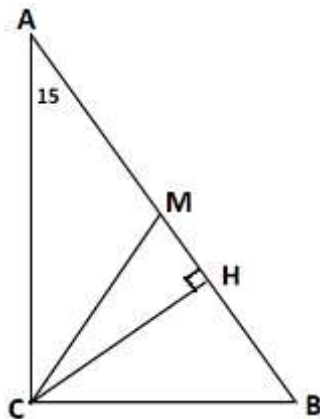
15. Քանի^օ եռանիշ թիվ կա, որի տասնավորը ջնջելիս ստացված երկնիշ թիվը կփոքրանա 9 անգամ:

- 1) 2 2) 3 3) 4 4) այլ պատասխան

Լուծում: $100a + 10b + c = 9(10a + c) \rightarrow 5(a + b) = 4c \rightarrow$ քանի որ 5-ը և 4-ը փոխադարձ պարզ են $\rightarrow c = 5 \rightarrow a + b = 4 \rightarrow$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \quad b = 3 \\ a = 2 \quad b = 2 \\ a = 3 \quad b = 1 \\ a = 4 \quad b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 135, 225, 315 \text{ և } 405 :$$

16. Ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյունը 15 աստիճան է: Գտնել ներքնաձիգի և նրան տարված բարձրության հարաբերությունը:



Լուծում: Ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյունից տարված միջնագիծը հավասար է ներքնաձիգի կեսին և 30° -ի դիմացի էջը հավասար է ներքնաձիգի կեսին $\rightarrow CM = AM = MB \rightarrow \angle CMB = 30^\circ$ (որպես արտաքին անկյուն) \rightarrow նշանակենք $CH = x \rightarrow CM = 2x \rightarrow AB = 4x, \frac{4x}{x} = 4 :$

Պատասխան: 4 :

17. Շրջանաձև երթուղով երթնելու էն երկու ավտոբուս 25 րոպե ընդմիջումով: Քանի՞ ավտոբուս պետք է ավելացնել երթուղի, որպեսզի ընդմիջումը կրճատվի 60 տոկոսով:

Լուծում: Ընդմիջումը կդառնա $25 - \frac{25 \cdot 60}{100} = 10$ րոպե $\rightarrow 50 : 10 = 5 \rightarrow 5 - 2 = 3$: Պետք է ավելացնել 3 ավտոբուս:

Պատասխան: 3 ավտոբուս:

18. Արամը A-ից B հեծանվով միշտ գնում է հաստատուն արագությամբ: Մի անգամ նա ավելացրեց արագությունը 3 մ/վրկ-ով և ծախսեց երեք անգամ քիչ ժամանակ: Քանի՞ անգամ քիչ ժամանակ կծախսի Արամը, եթե շարժվի 6 մ/վրկ ավել արագությամբ:

Լուծում: Ենթադրենք գնում էր x արագությամբ: $\frac{x}{x+3} = \frac{1}{3} \rightarrow x = 1,5 \rightarrow \frac{1,5}{1,5+6} = \frac{1}{5}$:

Պատասխան: 5 անգամ:

19. Թատրոնի տոմսի գինը ավելացավ 40 տոկոսով, իսկ հասույթը ավելացավ 26 տոկոսով: Քանի՞ տոկոսով նվազեց հանդիսատեսների քանակը:

Լուծում:

1 տոմսի գինը նշանակենք a | հասույթը կլինի $a \cdot x$
 հանդիսատեսների քանակը՝ x

$$a \left(1 + \frac{40}{100}\right) \cdot x \left(1 - \frac{p}{100}\right) = ax \left(1 + \frac{26}{100}\right) \rightarrow p = 10\%$$

Պատասխան: 10 :

20. Մանկապարտեզի երեք խմբերի սաներին բաժանեցին 200 տուփ մատիտ և 600 նկարչական ալբոմ: Առաջին խմբի յուրաքանչյուր սան ստացավ 5 տուփ մատիտ և 10 ալբոմ, երկրորդ խմբի յուրաքանչյուր սան ստացավ 3 տուփ մատիտ և 8 ալբոմ, իսկ երրորդ խմբի յուրաքանչյուր սան ստացավ 1 տուփ մատիտ և 6 ալբոմ: Քանի՞ սան կար մանկապարտեզի երեք խմբերում միասին:

Լուծում:

Նշանակենք՝	$10a + 8b + 6c = 600$	իրարից հանենք :
I խմբում a երեխա	$5a + 3b + c = 200$	
II խմբում b երեխա	$5a + 5b + 5c = 400$	
III խմբում c երեխա	$5(a + b + c) = 400$	
	$a + b + c = 80$	

Պատասխան: 80 սան: