

Մաթեմատիկա 7-րդ դասարան
Մարզային փուլ 2026թ
Լուծումներ

1. Ի՞նչ մնացորդ է ստացվում 2025^{2026} թիվը 4-ի բաժանելիս:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 0

Լուծում. $2025 = 2024 + 1$, այսինքն 2025 -ը 4 -ի բաժանելիս տալիս է 1 մնացորդ: Չորսի բաժանելիս մեկ մնացորդ տվող թվերն իրար բազմապատկելիս ստացվում է թիվ, որը նույնպես մեկ մնացորդ է տալիս: Այսպիսով, 2025 -ի ցանկացած աստիճան 4 -ի բաժանելիս տալիս է 1 մնացորդ:

2. Գտե՛ք 50 -ից փոքր երկնիշ թվերի քանակը, որոնք անմնացորդ բաժանվում են իրենց միավորի դիրքում գրված թվանշանին (օրինակ 32 -ը բաժանվում է 2 -ի):

Դիտողություն. թիվը 0 -ի բաժանել չի կարելի:

1) 15

2) 16

3) 17

4) 18

Լուծում. 1 -ով, 2 -ով կամ 5 -ով վերջացող ցանկացած թիվ բավարարում է խնդրի պայմանին, դրանց քանակը 12 է՝ $11, 21, 31, 41, 12, 22, 32, 42, 15, 25, 35, 45$: Որպեսզի թիվը վերջանա 3 -ով և բավարարի խնդրի պայմանին, պետք է առաջին թվանշանը նույնպես բաժանվի 3 -ը, այդպիսի միակ թիվը 33 -ն է: 4 -ով վերջացողները 24 -ն ու 44 -ն են՝ 2 հատ: 6 -ով վերջացող միակ այդպիսի թիվը՝ 36 -ն է: 7 -ով վերջացող այդպիսի թիվ չկա: 8 -ով վերջացող միակ թիվը 48 -ն է: 9 -ով վերջացող չկա: Ընդհանուր քանակը ստացվեց՝ $12 + 1 + 2 + 1 + 1 = 17$:

3. 4 հաջորդական բնական թվերի արտադրյալը 5 -ի բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 4 : Գտե՛ք այդ թվերի գումարը 5 -ի բաժանելիս ստացվող մնացորդը:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 0

Լուծում. Ցանկացած 5 հաջորդական թվերի մեջ կան 5 -ի բաժանելիս բոլոր մնացորդ տվող թվերից մեկական: Եթե 4 հաջորդական թվերի արտադրյալը չի բաժանվում 5 -ի, ուրեմն այդ թվերը 5 -ի բաժանելի տալիս են $1, 2, 3, 4$ մնացորդները: $1 + 2 + 3 + 4 = 10 : 5$, ուրեմն այդ թվերի գումարը բաժանվում է 5 -ի՝ մնացորդում ստացվում է 0 :

4. Անին ունի մի յուրահատուկ հաշվիչ, որն ունի միայն երկու տեսակի գործողություն՝ $[+ 1]$ և $[\times 2]$ (գումարած 1 և բազմապատկած 2 -ով): Օրինակ, եթե Էկրանին գրված է 9 թիվը, $[+ 1]$ սեղմելու արդյունքում այն կդառնա 10 , որից հետո $[\times 2]$ սեղմելու արդյունքում՝ 20 : Սկզբում Էկրանին գրված է 1 : Ամենաքիչը քանի՞ գործողություն պետք է անի Անին, որպեսզի Էկրանին գրվի 200 թիվը:

1) 7

2) 8

3) 9

4) 10

Լուծում. Անկախ առաջին գործողությունից, արդյունքում դառնալու է 2 : Համարենք, որ կատարվել է բազմապատկում: 7 գործողության արդյունքում առավելագույնը կարող է ստացվել $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^7 = 128$: Այսինքն 7 գործողությամբ անհնար է ստանալ 200 : Եթե 8 գործողությամբ է ստացվել, ապա եղել է գոնե 1 գումարում: Եթե բոլորը դնենք բազմապատկման նշան, ապա կստանանք 256 , որից հետո ստոիգելով կհամոզվենք, որ ինչպես էլ 1 բազմապատկման գործողությունը փոխարինենք գումարման գործողությամբ, 200 չի ստացվի: Այժմ բերենք 9 գործողությամբ օրինակ.

$((((1 \cdot 2) + 1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 200$:

5. Թղթի 3 կտորներից յուրաքանչյուրի երկու կողմերին գրված է մեկական թիվ, ընդ որում բոլոր 6 թվերն իրարից տարբեր են: Թղթերը դրված են սեղանին այնպես, որ յուրաքանչյուրի մի կողմը երևում է, իսկ չերևացող կողմին գրված է պարզ թիվ: Երևացող կողմերին գրված թվերն են 38, 44, 59: Հայտնի է նաև, որ յուրաքանչյուր թերթիկի համար հաշվելով երկու կողմերին գրված թվերի գումարը՝ ստացվում են հավասար թվեր: Գտե՛ք չերևացող կողմերում գրված թվերի գումարը:

1) 39 2) 41 **3) 42** 4) 43

Լուծում. Քանի որ թղթերի հակառակ կողմերին գրված են պարզ թվեր, և թղթերի երկու կողմերի թվերը գումարելով ստանալու ենք նույն արդյունքը, ուրեմն 59-ի հետևում պետք է լինի միակ զույգ պարզ թիվը, իսկ մյուս երկու թղթերի հետևում՝ կենտ պարզ թվեր, որոնք հավասար են $59 + 2 - 44 = 17$ և $59 + 2 - 38 = 23$: Այդ բոլոր թվերի գումարը ստացվում է $2 + 17 + 23 = 42$:

6. Երկու հաջորդական բնական թվերի գումարը փոքր է 100-ից: Հետևյալ թվերից որի՞ն կարող է հավասար լինել այդ թվերի քառակուսիների տարբերությունը.

1) 64 **2) 79** 3) 82 4) 131

Լուծում. Երկու հաջորդական թվերից մեկը զույգ է, մյուսը՝ կենտ, ուրեմն դրանց քառակուսիները նույնպես տարբեր զույգության են, այսինքն դրանց տարբերությունը լինելու է կենտ: Այսպիսով բացառվում են 1) և 3) տարբերակները: Թվերից մեկը նշանակենք n , մյուսը՝ $n + 1$: Դրանց քառակուսիների տարբերությունը հավասար է $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 = n + (n + 1)$: Այսինքն երկու հաջորդական թվերի քառակուսիների տարբերությունը հավասար է դրանց գումարին, և քանի որ գումարը փոքր է 100-ից, ուրեմն այն կարող է հավասար լինել միայն 79-ի ($n = 38$ արժեքի դեպքում):

7. ABC եռանկյան մեջ $AB = BC$, իսկ AB և AC կողմերի երկարությունները հարաբերում են ինչպես 3-ը 2-ի: Տարված է եռանկյան AM միջնագիծը: Գտե՛ք MC հատվածի երկարությունը, եթե հայտնի է, որ ABC եռանկյան պարագիծը 400 է:

1) 75 2) 150 3) 50 4) 100

Լուծում. $AB = BC = 3x$, $AC = 2x$: Եռանկյան պարագիծը հավասար է $3x + 3x + 2x = 400 \Rightarrow x = 50$: M -ը BC -ի միջնակետն է, ուրեմն $MC = \frac{BC}{2} = \frac{3x}{2} = 75$:

8. Սեղանին կան որոշ քանակով կոնֆետներ: Եթե այդ կոնֆետները փորձենք հավասարապես բաժանել 5 հոգու միջև, ապա 3 կոնֆետ կավելանա: Եթե այդ կոնֆետները փորձենք հավասարապես բաժանել 6 հոգու միջև, ապա 4 կոնֆետ կավելանա: Հայտնի է, որ կոնֆետների քանակը այդ երկու պայմաններին բավարարող ամենափոքր բնական թիվն է: Քանի՞ կոնֆետ կավելանա, եթե դրանք փորձենք հավասարապես բաժանել 7 հոգու միջև:

1) 2 2) 3 3) 5 **4) 0**

Լուծում. Առաջին երկու պայմաններից հետևում է, որ եթե կոնֆետների քանակը n է, ապա $n + 2$ -ը բաժանվում է և՛ 5-ի, և՛ 6-ի: Այդ պայմանին բավարարող ամենափոքր n -ը 28-ն է: Եթե 28 կոնֆետը փորձենք հավասարապես բաժանել 7 հոգու միջև, ապա ոչ մի կոնֆետ չի ավելանա:

9. 3×3 աղյուսակում պետք է գրել 3 հատ A, 3 հատ B և 3 հատ C անյապես, որ տողերից և սյուներից յուրաքանչյուրում լինի A, B, C տառերից մեկական: Քանի՞ եղանակով է հնարավոր դա անել, եթե վերևի ձախ վանդակում պարտադիր պետք է լինի A:

A		

1) 3

2) 4

3) 5

4) 6

Լուծում. Դիտարկենք մյուս երկու A-երը: Դրանք կա՛մ կանաչ դիրքերում են, կա՛մ նարնջագույն: Այդ դեպքերից յուրաքանչյուրի համար դիտարկենք վերևի շարքի մեջտեղի վանդակը: Այն կա՛մ B է, կա՛մ C: Այդ դեպքերից յուրաքանչյուրում մնացած աղյուսակը միաթեքորեն լրացվում է:

A	B	C		A	B	C
C	A	B		B	C	A
B	C	A		C	A	B
A	C	B		A	C	B
B	A	C		A	B	A
C	B	A		B	A	C

10. $25^{64} \cdot 64^{25}$ արտահայտության արժեքը N բնական թվի քառակուսին է: Գտե՛ք N -ի թվանշանների գումարը:

1) 7

2) 14

3) 21

4) 28

Լուծում. $25^{64} \cdot 64^{25} = 25^{64} \cdot 4^{75} = 25^{64} \cdot 4^{64} \cdot 4^{11} = 100^{64} \cdot 2^{22} = (100^{32} \cdot 2^{11})^2 = N^2$:
Տեսնում ենք, որ N -ը $2^{11} = 2048$ -ին 64 հատ 0 կցագրված թիվն է, որի թվանշանների գումարը հավասար է $2 + 0 + 4 + 8 = 14$:

11. Գտե՛ք այն եռանիշ թվերի քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրում տասնավորի դիրքում գրված թվանշանը հավասար է հարյուրավորի և միավորի դիրքերում գրված թվանշանների գումարի մեկ երրորդ մասին:

Լուծում.

Առաջին եղանակ. Տասնավորի դիրքում կարող է գրված լինել 1-ից 9 թվերից յուրաքանչյուրը:

Եթե տասնավորում գրված է 1, ապա մյուս երկուսի գումարը հավասար է 3: Առաջին թվանշանը կարող է լինել 1, 2, 3, իսկ վերջինը համապատասխանաբար՝ 2, 1, 0: Ստացվեց 3 դեպք:

Եթե տասնավորում գրված է 2, ապա մյուս երկուսի գումարը հավասար է 6: Առաջին թվանշանը կարող է լինել 1, 2, 3, 4, 5, 6, իսկ վերջինը համապատասխանաբար՝ 5, 4, 3, 2, 1, 0: Ստացվեց 6 դեպք:

Այսպես կարող ենք հաշվել բոլոր դեպքերի համար: Վերջին դեպքն այն է, երբ տասնավորի դիրքում գրված է 6, քանի որ դրանից ավելի մեծ թվանշան գրելու դեպքում մյուս երկու թվանշանների գումարը չի կարող հավասար լինել դրա եռապատիկին: Այդ դեպքը միակն է՝ 969: Հաշվելով և գումարելով բոլոր դեպքերը ստացվում է $3 + 6 + 9 + 7 + 4 + 1 = 30$:

Երկրորդ եղանակ. Միավորի դիրքում կարող ենք գրել 10 թվանշաններից ցանկացածը: Որպեսզի հարյուրավորի և միավորի գումարը բաժանվի 3-ի, պետք է հարյուրավորի

թվանշանը 3-ի բաժանելիս տա կոնկրետ որևէ մնացորդ (կախված միավորի դիրքում գրված թվանշանից): 1-ից 9 թվանշանների մեջ կա 3 հատ 3-ի բաժանվող թիվ, 3 հատ՝ 1 մնացորդ տվող և 3 հատ՝ 2 մնացորդ տվող: Այսինքն միավորի դիրքում ինչ թվանշան էլ գրվի, հարյուրավորի դիրքում 3 ձևով հնարավոր է գրել թվանշան այնպես, որ դրանց գումարը բաժանվի 3-ի: Ֆիքսելով առաջին և վերջին թվանշանը, դրանց գումարի մեկ երրորդ մասը միարժեքորեն որոշվելու է (և փոքր է լինելու 9-ից): Այսպիսով դեպքերի քանակը $3 \cdot 1 \cdot 10 = 30$ է:

Պատասխան՝ 30

12. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր 5 միանման գրիչները բաժանել 3 երեխաների միջև այնպես, որ նրանցից գոնե երկուսը գրիչ ստանան:

Լուծում. Եթե առաջին երեխան ստանա 0 գրիչ, ապա երկրորդը կարող է ստանալ 1, 2, 3, 4 քանակներից որևէ մեկը, իսկ երրորդը՝ համապատասխանաբար 4, 3, 2, 1 քանակներից մեկը: Ստացվեց 4 դեպք:

Եթե առաջին երեխան ստանա 1 գրիչ, ապա երկրորդը կարող է ստանալ 0, 1, 2, 3, 4 քանակներից որևէ մեկը, իսկ երրորդը՝ համապատասխանաբար 4, 3, 2, 1, 0 քանակներից մեկը: Ստացվեց 5 դեպք:

Եթե առաջին երեխան ստանա 2 գրիչ, ապա երկրորդը կարող է ստանալ 0, 1, 2, 3 քանակներից որևէ մեկը, իսկ երրորդը՝ համապատասխանաբար 3, 2, 1, 0 քանակներից մեկը: Ստացվեց 4 դեպք:

Եթե առաջին երեխան ստանա 3 գրիչ, ապա երկրորդը կարող է ստանալ 0, 1, 2 քանակներից որևէ մեկը, իսկ երրորդը՝ համապատասխանաբար 2, 1, 0 քանակներից մեկը: Ստացվեց 3 դեպք:

Եթե առաջին երեխան ստանա 4 գրիչ, ապա երկրորդը կարող է ստանալ 0, 1 քանակներից որևէ մեկը, իսկ երրորդը՝ համապատասխանաբար 1, 0 քանակներից մեկը: Ստացվեց 2 դեպք:

Այսպիսով ընդհանուր դեպքերի քանակը՝ $4 + 5 + 4 + 3 + 2 = 18$:

Պատասխան՝ 18

13. Արմանն ու Սարգիսը խաղում են հետևյալ խաղը. չաշխատող ժամացույցի ժամի և րոպեի սլաքները սկզբում ցույց են տալիս 12-ը: Ամեն քայլի ընթացքում երկուսով միաժամանակ գործողություն են անում. Արմանը րոպեի սլաքը տանում է 25 րոպե առաջ, իսկ Սարգիսը ժամի սլաքը տանում է 9 ժամ հետ (մի սլաքի շարժումը չի ազդում մյուս սլաքի շարժման վրա): Քանի՞ քայլից հետո երկու սլաքները ցույց կտան նույն թիվը (սլաքները կհամընկնեն):

Լուծում. Ժամացույցի վրա կա 12 թիվ (կետ): Արմանի գործողության արդյունքում րոպեի սլաքն առաջ է գնում 5 կետով, իսկ Սարգիսի գործողության արդյունքում ժամի սլաքը հետ է գնում 9 կետով: Արդյունքում ստացվում է նրանց «հեռավորությունը մեծանում է $9 + 5 = 14$ -ով»: Քանի որ կա 12 կետ, ապա 14-ով փոխվելը նույնն է, ինչ փոխվի $14 - 12 = 2$ -ով: Սկզբում հեռավորությունը 0 է, որպեսզի վերջում նորից սլաքները համընկնեն, ապա պետք է հեռավորությունը դառնա 12, որը տեղի կունենա $12:2 = 6$ քայլի արդյունքում:

Պատասխան՝ 6

14. Տուն գնալիս Հայկը պետք է բարձրանա շքամուտքի 6 աստիճանները: Նա մի քայլով կարող է բարձրանալ կա՛մ 1 աստիճան, կա՛մ 2 աստիճան, կա՛մ 3 աստիճան: Քանի՞ տարբեր ձևերով նա կարող է բարձրանալ այդ 6 աստիճանները:

Լուծում. Առաջին աստիճանին բարձրանալու համար կա 1 ձև: Երկրորդ աստիճանին բարձրանալու համար՝ 2 ձև (2 կամ $1 + 1$): Երրորդ աստիճանին բարձրանալու համար՝ 4 ձև

(1 + 1 + 1, 1 + 2, 2 + 1, 3): Չորրորդ աստիճանին բարձրանալու համար Յայկը նախ պետք է բարձրանա առաջին երեք աստիճաններից որևէ մեկին, ապա բարձրանա մնացած ճանապարհը: Եթե նա բարձրանա առաջին աստիճանին 1 եղանակով, ապա կարող է հաջորդ երեք աստիճանները բարձրանալ 4 եղանակով: Եթե նա սկզբից միանգամից բարձրանա երկրորդ աստիճանին, ապա հետո կարող է շարունակել 2 եղանակով: Իսկ եթե միանգամից բարձրանա երրորդին, ապա մնացած մեկ աստիճանը կբարձրանա 1 ձևով: Այսպիսով՝ չորրորդ աստիճանին բարձրանալու ձևերի քանակը $1 + 2 + 4 = 7$ է: Հինգերորդ աստիճանին բարձրանալու համար նույն տրամաբանությամբ նա պետք է սկսի կա՛մ 1 աստիճան բարձրանալով, կա՛մ 2 աստիճան բարձրանալով, կա՛մ 3 աստիճան բարձրանալով: Յուրաքանչյուր դեպքում շարունակելու ձևերի քանակը համապատասխանաբար 7, 4, 2 է, ուստի ընդհանուր ձևերի քանակը $7 + 4 + 2 = 13$ է: Վեցերորդ աստիճանին բարձրանալու համար նույն տրամաբանությամբ ունի $13 + 7 + 4 = 24$ տարբերակ:

Պատասխան՝ 24

15. Գագիկն ունի 5 կարմիր խաղաքարտ, որոնց վրա գրված են 1-ից 5 բոլոր բնական թվերը, և 4 կապույտ խաղաքարտ, որոնց վրա գրված են 3-ից 6 բոլոր բնական թվերը (ամեն խաղաքարտի վրա գրված է ուղիղ թիվ): Նա իր խաղաքարտերը դասավորեց մեկ շարքով այնպես, որ իրար կողքի դրված քարտերը լինեն տարբեր գույների, և ցանկացած կարմիր քարտի վրա գրված թիվ հանդիսանում է իր հարևան խաղաքարտերից յուրաքանչյուրի վրա գրված թվի բաժանարար: Գտե՛ք մեջտեղի 3 դիրքերում (չորրորդ, հինգերորդ և վեցերորդ) դրված խաղաքարտերի վրա գրված թվերի գումարը:

Լուծում. Կարմիր 5-ը կապույտ թվերից միայն 5-ի բաժանարարն է, ուրեմն այն գտնվում է եզրում, կապույտի հարևանությամբ: Կապույտ 5-ը կարմիր 5-ից բացի կարող է լինել միայն կարմիր 1-ի հարևանությամբ: Ստացանք շարքի եզրային 3 թվերն են 5, 5, 1:

Կապույտ 4-ը կարմիր թվերից միայն 4-ի բաժանարար է, ուստի դրանք էլ գտնվում են շարքի մյուս եզրում: Ստացվեց 5, 5, 1, *, *, *, 4, 4: Կապույտ 4-ի մյուս հարևանը կարող է լինել միայն կարմիր 2-ը: Ստացվեց 5, 5, 1, *, *, *, 2, 4, 4: Ստացանք, որ մեջտեղի 3 դիրքերում գրված թվերը 3, 3, 6-ն են, որոնց գումարը 12 է: Ահա հաջորդականության միակ հնարավոր տեսքը (շրջելու ճշտությամբ). 5, 5, 1, 3, 3, 6, 2, 4, 4:

Պատասխան՝ 12