

Մաթեմատիկայի օլիմպիադայի դպրոցական փուլ 2024-2025 ուստարի  
7-րդ դասարան  
Տևողությունը – 2 ժամ 30 րոպե  
ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐ

1. Հետևյալ արտահայտությունում գտնել  $n$ -ը:

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{n} = \frac{2}{73}$$

- 1) 73    2) 356    3) 365    4) այլ պատասխան

Լուծում.

$$\frac{1}{n} = \frac{2}{73} - \frac{1}{60} - \frac{1}{219} - \frac{1}{292} = \frac{2}{73} - \frac{1}{2^2 \cdot 3 \cdot 5} - \frac{1}{3 \cdot 73} - \frac{1}{2^2 \cdot 73} = \frac{2 \cdot 60 - 73 - 20 - 15}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 73} = \frac{12}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 73} = \frac{1}{365}$$

Հետևաբար  $n = 365$ :

2. Հաշվել հետևյալ արտահայտության արժեքը՝  $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2023$ :

- 1) 0    2) 2024    3) -2024    4) այլ պատասխան

**Լուծում.** Ակատենք, որ՝

$$1 + 2 - 3 - 4 = 5 + 6 - 7 - 8 = \dots = 2021 + 2022 - 2023 - 2024 = -4:$$

Այստեղից կարող ենք ասել, որ՝

$$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 2021 + 2022 - 2023 - 2024 = -4 \cdot \frac{2024}{4} = -2024:$$

Որտեղից էլ անմիջապես հետևում է, որ  $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2023 = 0$

3. 2024-ի բոլոր բաժանարարներից ֆակի<sup>0</sup> հատն են գույգ:

- 1) 3    2) 4    3) 16    4) այլ պատասխան

Լուծում. 2024-ը վերլուծենք պարզ արտադրիչների՝  $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$ : Նշանակում է, որ 2024-ի գույգ բաժանարարները կարող են պարունակել կա՛ն մեկ հատ 2, կա՛ն երկու հատ 2, կա՛ն երեք հատ 2: Այսպիսով, առաջին դեպքում բաժանարարները կլինեն 2-ը, 22-ը, 26-ը և 286-ը: Երկրորդ դեպքում բաժանարարները կլինեն առաջին դեպքի կրկնապատիկները, իսկ երրորդ դեպքում՝ երկրորդ դեպքի կրկնապատիկները: Ստացվում է, որ յուրաքանչյուր դեպքում կա 4 բաժանարար, հետևաբար ընդհանուր կլինի 12 բաժանարար:

4. Ի՞նչ մնացորդ կստացվի  $1! + 2! + 3! + \dots + 2024!$  գումարը 15-ի վրա բաժանելիս:

Նկատառում.  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ , օրինակ՝  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ ,  $1! = 1$ :

- 1) 3    2) 0    3) 33    4) այլ պատասխան

Լուծում. Նկատենք, որ կամայական  $n \geq 5$  բնական թվի համար  $n!$  բաժանվում է 15-ի: Ստացվում է, որ  $(1! + 2! + 3! + \dots + 2024!)$  թիվը 15-ի բաժանելիս ստացվող մնացորդը հավասար է  $(1! + 2! + 3! + 4!)$  թիվը 15-ի բաժանելիս ստացվող մնացորդին, որն էլ իր հերթին հավասար է 3-ի:

5. Այժը և կովը միասին խոտը ուտում են 45 օրում: Կովը և ոչխարը այդ նույն խոտը միասին ուտում են 60 օրում, իսկ այժը և ոչխարը՝ 90 օրում: Քանի՞ օրում այդ նույն խոտը կուտեն կովը, այժը և ոչխարը միասին:

- 1) 9    2) 10    3) 20    4) այլ պատասխան

Լուծում. Այժն ու կովը միասին 1 օրում կուտեն ամբողջ խոտի  $\frac{1}{45}$  մասը: Կովը և ոչխարը միասին 1 օրում

կուտեն ամբողջ խոտի  $\frac{1}{60}$  մասը: Իսկ այժն ու ոչխարը միասին 1 օրում կուտեն ամբողջ խոտի  $\frac{1}{90}$  մասը: Ուստի 2 այծը, 2 ոչխարը և 2 կովը 1 օրում միասին կուտեն  $\frac{1}{45} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90} = \frac{4+3+2}{180} = \frac{1}{20}$  մասը: Հետևաբար 1 այծը, 1 ոչխարը և 1 կովը 1 օրում միասին կուտեն  $\frac{1}{40}$  մասը: Հետևաբար ամբողջ խոտը երեքով միասին կուտեն 40 օրում:

6. 12 ժամ աշխատանքի դիմաց Արամը պետք է ստանա 12000 դրամ և մի գույգ կոշիկ: Սակայն նա աշխատեց 7 ժամ և ստացավ 5000 դրամ ու կոշիկները: Ի՞նչ արժեն այդ գույգ կոշիկը:

- 1) 2400    2) 3600    3) 4800    4) այլ պատասխան

Լուծում. Օգտվելով առաջին պայմանից կարող ենք ասել, որ 84 ժամ աշխատանքի դիմաց Արամը պետք է ստանա 84000 դրամ և 7 գույգ կոշիկ: Մյուս կողմից օգտվելով երկրորդ պայմանից՝ 84 ժամ աշխատանքի դիմաց Արամը պետք է ստանա 60000 դրամ և 12 գույգ կոշիկ: Հետևաբար մեկ գույգ կոշիկը արժի  $\frac{84000 - 60000}{12 - 7} = 4800$  դրամ:

7. Քանի՞ եռանիշ թիվ գոյություն ունի, որոնց թվանշանների արտադրյալը հավասար է 8-ի:

- 1) 1    2) 3    3) 7    4) այլ պատասխան

Լուծում. Որպեսզի եռանիշ թվի թվանշանների արտադրյալը լինի 8, ապա պետք է դրանք անպայման լինեն 8-ի բաժանարար՝ 1, 2, 4, 8: Հնարավոր է երեք դեպք.

- 1) Եռանիշ թիվը կազմված է 1, 1, 8 թվանշաններից: Այս դեպքին բավարարում են 118, 181, 811 թվերը:  
 2) Եռանիշ թիվը կազմված է 1, 2, 4 թվանշաններից: Այս դեպքին բավարարում են 124, 142, 214, 241, 412, 421 թվերը:  
 3) Եռանիշ թիվը կազմված է 2, 2, 2 թվանշաններից: Այս դեպքին բավարարում է միայն 222-ը:

Միավորելով բոլոր դեպքերը ստանում ենք ընդամենը 10 թիվ:  
 Պատասխան՝ 10:

8. Առաջին ուղղանկյան երկարությունը և լայնությունը 3-ով մեծ են երկրորդ ուղղանկյան երկարությունից և լայնությունից, համապատասխանաբար: Իսկ մակերեսը՝ 48-ով է մեծ: Գտնել առաջին ուղղանկյան պարագիծը:

- 1) 26    2) 38    3) 39    4) այլ պատասխան

Լուծում. Առաջին ուղղանկյան երկարությունը նշանակենք  $a$ , իսկ լայնությունը՝  $b$ : Երկրորդ ուղղանկյան երկարությունը և լայնությունը համապատասխանաբար  $(a - 3)$  և  $(b - 3)$  են, իսկ մակերեսը՝  $(a - 3) \cdot (b - 3)$ : Երկրորդ ուղղանկյան մակերեսը մյուս կողմից հավասար է  $(a \cdot b - 48)$ : Ստացվում է՝  $(a - 3) \cdot (b - 3) = a \cdot b - 3 \cdot a - 3 \cdot b + 9 = a \cdot b - 48$ , որտեղից կարող ենք ասել, որ  $3 \cdot (a + b) = 9 + 48$ : Մյուս կողմից առաջին ուղղանկյան պարագիծը հավասար է  $2 \cdot (a + b) = 2 \cdot 19 = 38$ :

9. Քանի՞ բառանիշ թիվ գոյություն ունի, որի թվանշանները բաղկացած են 0, 1 կամ 2 թվանշաններից և այդ թիվը բաժանվում է 12-ի վրա:

- 1) 2    2) 3    3) 4    4) այլ պատասխան

Լուծում. Որպեսզի թիվը բաժանվի 12-ի, այն պետք է բաժանվի 3-ի և 4-ի: Որպեսզի թիվը բաժանվի 3-ի անհրաժեշտ է, որ իր թվանշանների գումարը բաժանվի 3-ի: Քանի որ բառանիշ թվի թվանշանների գումարը առավելագույնը 8 է  $(2 + 2 + 2 + 2)$ , ապա թվի թվանշանների գումարը կարող է լինել 3 կամ 6:

4-ի բաժանվելու համար պետք է թվի վերջին երկու թվանշաններով կազմված թիվը բաժանվի 4-ի: Այս դեպքում այն կարող է վերջանալ 00-ով, 12-ով կամ 20-ով:

- 1) Եթե թվի թվանշանների գումարը 3 է, ապա այն կարող է կազմված լինել 1, 1, 1, 0 կամ 1, 2, 0, 0 թվանշաններից: Հեռա է նկատել, որ բավարարում են միայն 1200-ը, 2100-ը և 1020-ը:  
 2) Եթե թվի թվանշանների գումարը 6 է, ապա այն կարող էլ կազմված լինել 2, 2, 2, 0 կամ 1, 1, 2, 2

թվանշաններից: Կրկին հեռա է նկատել, որ բավարարում են միայն 2220-ը, 1212-ը և 2112-ը:  
Պատասխան՝ 6:

10. Եռանիշ թվի վերջին թվանշանը **5** է, իսկ առաջին երկու թվանշանները նույնն են: Հայտնի է նաև, որ ինչ-որ միանիշ թվի բաժանելիս մնացորդում ստացվում է **8**: Գտնել այդ թվի թվանշանների արտադրյալը:

1) 80 2) 125 3) 180 4) այլ պատասխան

Լուծում. Քանի որ միանիշ թվի վրա բաժանելիս ստացված մնացորդը հավասար է 8-ի, ապա այդ միանիշ թիվը 9-ն է: Քանի որ եռանիշ թիվը ունի  $aa5$  տեսքը և 9-ի բաժանելիս տալիս է 8 մնացորդ, ապա  $(2 \cdot a + 5)$  թիվը 9-ի բաժանելիս ստացվում է 8 մնացորդ, որն էլ միայն հնարավոր է, երբ  $a = 6$ : Ստացվեմք, որ եռանիշ թիվը հավասար է 665, իսկ թվանշանների արտադրյալը՝ 180:

11. **100** տուրխսաններից **30**-ը գիտեն գերմաներեն, **28**-ը՝ անգլերեն, **42**-ը՝ ֆրանսերեն, **8**-ը՝ անգլերեն և գերմաներեն, **10**-ը՝ անգլերեն և ֆրանսերեն, **5**-ը՝ գերմաներեն և ֆրանսերեն, իսկ **3**-ը՝ անգլերեն, գերմաներեն և ֆրանսերեն: Քանի՞ մարդ չգիտի ոչ մի լեզու:

1) 0 2) 5 3) 26 4) այլ պատասխան

Լուծում. Ցուցում՝  $30+28+42-8-10-5+3 = 80$  կլինի նշվածներից գոնե մեկ լեզու իմացող տուրխսանների քանակը: Հետևաբար ոչ մի լեզու չիմացող տուրխսանների քանակը կլինի 20:

12. **96** սմ երկարությամբ հատվածը բաժանված է չորս անհավասար մասերի: Միջին հատվածների միջնակետերի հեռավորությունը **32** սմ է: Գտնել եզրային հատվածների միջնակետերի հեռավորությունը:

1) 64 2) 80 3) 92 4) այլ պատասխան

Լուծում. Միջին հատվածների միջնակետերի հեռավորությունը 32 է նշանակում է այդ երկու հատվածների երկարությունների գումարը կլինի 64, որից կստանանք եզրային հատվածների երկարությունների գումարի կեսը 16: Հետևաբար եզրային հատվածների միջնակետերի միջև հեռավորությունը կլինի  $16 + 64 = 80$ :

13. Վեցանիշ թիվը սկսվում է մեկով: Երբ այն բազմապատկեցին երեքով, ստացվեց այդ թվի սկզբի մեկը վերջ տեղավիժված թիվը: Որքա՞ն է սկզբնական թվի թվանշանների գումարը:

1) 16 2) 18 3) 27 4) այլ պատասխան

Լուծում.  $1abcde \cdot 3 = abcde1$ , հետևաբար  $e = 7$ : Եթե  $e = 7$ , ապա  $d = 5$ : Այս կերպ վերջից թվանշանները կառուցելով կստանանք, որ  $c = 8$ ,  $b = 2$ ,  $a = 4$ : Թվանշանների գումարը կլինի  $1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27$ :

Պատասխան՝ 27:

14. Վերելակը կարող է բարձրացնել **12** մեծահասակ կամ **20** երեխա: Ամենաշատը քանի՞ երեխա կբարձրանա **9** մեծահասակի հետ:

Նկատարում. Համարել, որ բոլոր մեծահասակները ունեն նույն քաշը և բոլոր երեխաները՝ նույն

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

Լուծում. Օգտվելով պայմանից, որ 12 մեծահասակի քաշը համարժեք է 20 երեխայի քաշին, կարող ենք ասել, որ 3 մեծահասակի քաշը համարժեք է 5 երեխայի քաշին, որտեղից էլ հետևում է, որ 12 մեծահասակի քաշը համարժեք է 9 մեծահասակի և 5 երեխայի քաշին:

15. Քառանիշ թվին առաջին անգամ ձախից, երկրորդ անգամ աջից կցագրեցին **2** թվանշանը և ստացված հինգանիշ թվերի առաջինից հանեցին երկրորդը: Արդյունքում ստացվեց **1782**: Ինչի՞ է հավասար սկզբնական թվի թվանշանների գումարը:

1) 4 2) 6 3) 7 4) 8

Լուծում.  $2abcd - abcd2 = 1782$ , հետևաբար  $20000 + 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d =$

$= 10000 \cdot a + 1000 \cdot b + 100 \cdot c + 10 \cdot d + 2 + 1782$ , որտեղից էլ ստացվում է հետևյալ հավասարությունը՝  $9000 \cdot a + 900 \cdot b + 90 \cdot c + 9 \cdot d = 18216$ : Մյուս կողմից նկատենք, որ  $9000 \cdot a + 900 \cdot b + 90 \cdot c + 9 \cdot d = 9 \cdot \overline{abcd}$ , հետևաբար  $\overline{abcd} = 2024$ : Ստացվեց սկզբնական թվանշանների գումարը՝  $2 + 0 + 2 + 4 = 8$ :

16. Արամը և Հայկը որոշեցին ֆայլերով չափել երկու ծառերի միջև եղած հեռավորությունը, երկուսն էլ սկսելով առաջին ծառից և ֆայլերով դեպի երկրորդ ծառը: Արամի ֆայլի երկարությունը **70** սմ է, իսկ Հայկինը՝ **56** սմ: Պարզվեց, որ նրանց ոտնահետքերը համընկան **16** սեղերում (հաշված նաև ծառերի մոտ): Փանի<sup>օ</sup> մետր է ծառերի միջև եղած հեռավորությունը:

Լուծում. Նրանց ֆայլերը կհամընկնեն այն կետերում, որոնց հեռավորությունը առաջին ծառից բազմապատիկ է միաժամանակ 70-ի և 56-ի, այսինքն այն բազմապատիկ է 280-ի: Փանի որ նրանց ֆայլերը համընկել են 16 կետերում, ապա ծառերի միջև հեռավորությունը կլինի  $280 \cdot (16-1) = 4200$  սմ = **42** մ:

17. **A** և **B** վայրերից միաժամանակ շարժվեցին միմյանց ընդդեմ **A**-ից՝ մոտոցիկլավարը, **B**-ից՝ հեծանվորդը: **20** րոպե անց մոտոցիկլավարը անցել էր քաղաքի կեսից **2** կմ ավելի, իսկ շարժումը սկսելուց **30** րոպե անց հեծանվորդին մնում էր **3** կմ քաղաքի կեսը անցնելու համար: Շարժումը սկսելուց քանի<sup>օ</sup> րոպե հետո նրանք կհանդիպեն:

Լուծում. **A** և **B** հեռավորությունը նշանակենք  $x$ : Մեկ րոպեում մոտոցիկլավարը անցնում է  $(x/2+2)/20$  կմ, իսկ հեծանվորդը անցնում է  $(x/2-3)/30$  կմ: Նշանակում է, որ մեկ րոպեում նրանք միասին կանցնեն  $(x/2+2)/20 + (x/2-3)/30 = x/24$  կմ: Հետևաբար նրանք կհանդիպեն շարժումը սկսելուց **24** րոպե հետո:

18. Փանի<sup>օ</sup> եռանիշ թիվ կա, որոնցից հանելով **297**, կստանանք հակառակ կարգով գրված եռանիշ թիվը:

**Լուծում.**  $abc - 297 = cba$ , որտեղից ստացվում է՝  $100 \cdot a + 10 \cdot b + c - 297 = 100 \cdot c + 10 \cdot b + a$ , հետևաբար  $99 \cdot a = 99 \cdot c + 297$ : Ստացվեց՝  $a = c + 3$ , որտեղ  $a$ -ն և  $c$ -ն ոչ գրոյական թվանշաններ են: Հավասարմանը բավարարում են հետևյալ **6** թվազույգերը՝  $(a = 4, c = 1)$ ,  $(a = 5, c = 2)$ ,  $(a = 6, c = 3)$ ,  $(a = 7, c = 4)$ ,  $(a = 8, c = 5)$ ,  $(a = 9, c = 6)$ : Նկատենք, որ  $b$ -ն կարող է լինել բոլոր 10 թվանշաններից յուրաքանչյուրը: Հետևաբար բոլոր հնարավոր եռանիշ թվերի քանակը հավասար է  $6 \cdot 10 = 60$ :

Պատասխան՝ **60**:

19. Երկու մոմեր ունեն նույն երկարությունը: Առաջինը ամբողջությամբ վառվում է **2** ժամում, իսկ երկրորդը՝ **8** ժամում: Փանի<sup>օ</sup> րոպե հետո նրանցից մեկը **4** անգամ ավելի երկար կլինի մյուսից երկու մոմերը միաժամանակ վառելուց հետո:

Լուծում. Պատասխանը նշանակենք  $x$  րոպե, որտեղից կստանանք  $4 \cdot (120-x)/120 = (480-x)/480$ : Լուծելով հավասարումը կստանանք  $x = 96$  րոպե:

20. Փանի<sup>օ</sup> բնական թիվ կա, որոնք կազմված են ճիշտ չորս հատ մեկերից և առավելագույնը երեք հատ հինգերից:

Լուծում. Զրո հատ հինգ պարունակող թվերի քանակը կլինի 1, մեկ հատ հինգ պարունակողների քանակը՝ 5, երկու հատ հինգ պարունակողների քանակը՝ 15 և երեք հատ հինգ պարունակողների քանակը՝ 35: Հետևաբար պատասխանը կլինի **56**: