

ՄԱՏԵՄԱՏԻԿԱ 7-րդ ԴԱՍԱՐԱՆ  
ՄԱՐԶԱՅԻՆ ՓՈԻԼ 2022-2023

(ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ և ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԸ)

ՏԵՎՈՂՈՒԹՅՈՒՆԸ 2 ժամ 30 րոպե

1. Առաջին հյուսիս երկու լիտրի տաս տոկոսը շաքար է, իսկ երկրորդ հյուսիս երեք լիտրի տասնհինգ տոկոսն է շաքար: Քանի՞ տոկոս շաքար կպարունակի այդ երկու հյուսիսերի խառնուրդը:

- 1) 12,5      2) 13      3) 10      4) այլ պատասխան

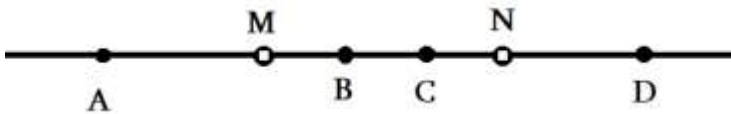
Լուծում:  $\frac{2 \cdot 10}{100} + \frac{3 \cdot 15}{100} = \frac{5 \cdot x}{100} \Leftrightarrow 20 + 45 = 5x \Leftrightarrow x = 13 :$

Պատ.՝ 13:

2. A, B, C, D կետերը նշված հերթականությամբ դասավորված են մի ուղղի վրա: M-ը և N-ը համապատասխանաբար AC և BD հատվածների միջնակետերն են: Գտնել MN հատվածի երկարությունը, եթե AD=68, BC=20:

- 1) 48      2) 24      3) 44      4) այլ պատասխան

Լուծում:



Ուղիղն ընդունենք որպես առանցք, իսկ այդ կետերի կոորդինատները  $A(a); B(b); C(c); D(d)$ :

Այդ դեպքում  $M\left(\frac{a+c}{2}\right); N\left(\frac{b+d}{2}\right)$ : Խնդրի պայմանից  $AD = d - a = 68; BC = c - b = 20$ ,

հետևաբար  $MN = \left| \frac{a+c}{2} - \frac{b+d}{2} \right| = \left| \frac{d-a-(c-b)}{2} \right| = \frac{68-20}{2} = 24 :$

Պատ.՝ 24:

3. a և b բնական թվերն այնպիսին են, որ  $a^2 - 3a = 25b^2 - 15b$ : Քանի՞ անգամ է a-ն մեծ b-ից:

- 1) 5      2) 3      3) 10      4) այլ պատասխան

Լուծում:  $a^2 - 3a = 25b^2 - 15b \Leftrightarrow a^2 - 25b^2 - 3a + 15b = 0 \Leftrightarrow (a - 5b)(a + 5b) - 3(a - 5b) = 0 \Leftrightarrow (a - 5b)(a + 5b - 3) = 0 \Leftrightarrow a - 5b = 0$  կամ  $a + 5b - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 5b$  և քանի որ a և b բնական թվեր են  $a + 5b - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 5 :$

Պատ.՝ 5 անգամ:

4. Հայրը նկատեց, որ իր ընտանիքում երեխաների տարիքների արտադրյալը 1664 է: Ամենափոքրի տարիքը երկու անգամ փոքր է ամենամեծի տարիքից: Քանի՞ երեխա կա ընտանիքում:

- 1) 3      2) 4      3) 5      4) 6

**Լուծում:**  $1664 = 2^7 \cdot 13 = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 13$ : Այստեղից հետևում է, որ փոքր երեխա՝  $2^3 = 8$  տարեկան մեծ երեխա՝  $2^4 = 16$  տարեկան միջին երեխա՝ 13 տարեկան:

Պատ.՝ 3 երեխա:

5. Տրված քառանիշ թիվը բազմապատկեցին 4-ով և ստացվեց նույն թվանշաններով, բայց հակառակ կարգով գրված թիվ: Քանի՞ բաժանարար ունի տրված թիվը:

- 1) 12      2) 16      3) 20      4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Ակնհայտ է, որ տրված քառանիշ թիվը պետք է սկսի 1 կամ 2 թվանշաններից որևէ մեկով:

1) Դիցուք թիվը սկսվում է 1-ով, հետևաբար՝ 4-ով բազմապատկելիս առաջին թվանշանը կլինի 4  $\Rightarrow \overline{1ab4} = \overline{4ab1}$ , ինչը սխալ է, քանի որ միավորի 4-ը 4-ով բազմապատկելիս կդառնա 6  $\Rightarrow$  չի բավարարում պայմանին:

2) Դիցուք թիվը սկսվում է 2-ով, հետևաբար՝

$$4 \cdot \overline{2ab8} = \overline{8ab2}$$

$$4(2000 + 100a + 10b + 8) = 8000 + 100b + 10a + 2$$

$$\begin{cases} 13a = -1 + 2b \\ a = 1; b = 7 \end{cases}$$

$$\text{քառանիշ թիվը } 2178 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 11^2$$

$$\text{բաժանարարների քանակը } (1+1)(2+1)(2+1)=18:$$

Պատ.՝ այլ պատասխան:

6. a և b բնական թվերի համար սահմանվեց հետևյալ գործողությունը՝  $a \circ b = ab - 2(a+b) + 2023$ : Գտնել a+b-ի հնարավոր ամենափոքր արժեքը, եթե  $a \circ b = 2019$ :

- 1) 4      2) 2019      3) 2023      4) այլ պատասխան

**Լուծում:**  $a \circ b = 2019 \Leftrightarrow ab - 2(a+b) + 2023 = 2019 \Leftrightarrow ab - 2a - 2b + 4 = 0 \Leftrightarrow a(b-2) - 2(b-2) = 0 \Leftrightarrow (b-2)(a-2) = 0 \Leftrightarrow a=2$  կամ  $b=2$ :

Եթե  $a=2$ , ապա b-ն կարող է լինել կամայական բնական թիվ, հետևաբար ամենափոքրը կստացվի, երբ  $b=1 \Rightarrow a+b=3$ :

Նույնը նաև  $b=2$  -ի դեպքում  $a+b=3$ :

Պատ.՝ այլ պատասխան:

7. Քանի՞ երկնիշ թիվ կա, որի թվանշանները տեղափոխելիս թիվը մեծանում է ոչ պակաս քան երեք անգամ:

- 1) 6      2) 10      3) 15      4) այլ պատասխան

**Լուծում:**  $3 \cdot \overline{ba} \leq \overline{ab} \Leftrightarrow 10a + b \geq 3(10b + a) \Leftrightarrow 10a + b \geq 30b + 3a \Leftrightarrow 7a \geq 29b$

Մեր նախնական երկնիշ թիվը  $\overline{ba}$ -ն է: Եթե  $b = 1$ , ապա  $a = 5; 6; 7; 8; 9$ : Եթե  $b = 2$ , ապա  $a = 9$ : Այսպիսի թվերն են 15; 16; 17; 18; 19 և 29:

Պատ.՝ 6:

8. Վեցանիշ թվի թվանշանները սկսած երրորդից հավասար է նախորդ երկու նիշերի գումարին: Քանի՞ այդպիսի թիվ կա:

- 1) 2      2) 3      3) 1      4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Վեցանիշ թվի թվանշաններն են՝  $a; b; a+b; a+2b; 2a+3b; 3a+4b; a \neq 0$  (որպես առաջին թվանշան) և քանի որ թվանշաններն  $0; 1; \dots; 9$  են, հետևաբար  $a \geq 4; b \geq 2$  չի բավարարում: Այսպիսով, կստացվի

- $a=1; b=0 \rightarrow 101123$   
 $a=1; b=1 \rightarrow 112358$   
 $a=2; b=0 \rightarrow 202246$   
 $a=3; b=0 \rightarrow 303369$

Այդպիսի թվերը 4-ն են:

Պատ.՝ այլ պատասխան :

9.  $a=1^2+2^2+3^2+\dots+2022^2+2023^2$ ,  $b=1 \cdot 3+2 \cdot 4+3 \cdot 5+4 \cdot 6+\dots+2022 \cdot 2024$ : Գտնել  $(a-b) - b$ :

- 1) -2022      2) -2023      3) 2023      4) այլ պատասխան

**Լուծում:**  $a-b=1^2-1 \cdot 3+2^2-2 \cdot 4+3^2-3 \cdot 5+\dots+2022^2-2022 \cdot 2024+2023^2=1(1-3)+2(2-4)+3(3-5)+\dots+2022(2022-2024)+2023^2=-2(1+2+\dots+2022)+2023^2=2023^2-2 \cdot \frac{1+2022}{2} \cdot 2022=2023^2-2023 \cdot 2022=2023$

Պատ.՝ 2023:

10. Ինքնաթիռի արագությունը 900կմ/ ժ է:Երբ ինքնաթիռի ժամացույցը ցույց էր տալիս ժամը 21:00, անցած ճանապարհը ցույց տվող սարքը ցույց էր տալիս 1160 կմ: Որոշ ժամանակ հետո ժամացույցի և սարքի թվերը նույնն էին: Որ՞ ժամին դա պատահեց:

- 1) 21:30      2) 21:50      3) 22:10      4) 22:30

**Լուծում:** Ստուգում ենք բոլոր տարբերակները: Բավարարում է միայն 22:10 պատասխանը: Իրոք, 21:00-ից 22:10 ժամանակահատվածը 1ժ 10ր  $=\frac{7}{6}$  ժ է, ուստի անցած ճանապարհը կլինի  $1160 + \frac{7}{6} \cdot 900 = 2210$ :

Պատ.՝ 22:10

11. Գրատախտակին գրված են 55-ից շատ և 65-ից քիչ քանակով ամբողջ թվեր, որոնց միջին թվաբանականը 7 է, ընդ որում դրական թվերի միջին թվաբանականը 15 է, իսկ բացասական թվերինը՝ -5 : Քանի՞ թիվ է գրված գրատախտակին:

**Լուծում:**

դրական թվերի քանակը՝  $a$   
 բացասական թվերի քանակը՝  $b$   
 զրոների քանակը՝  $c$

$$\begin{aligned} 7(a+b+c) &= 15a - 5b \\ \text{քանի որ } 7c &= 0, \text{ ուրեմն} \\ 7a + 7b &= 15a - 5b \Leftrightarrow 2a = 3b \Rightarrow a+b+c : 5 \Rightarrow \\ a+b+c &= 60 \end{aligned}$$

Պատ.՝ 60

12. Տանգո պարում են զույգերով մի տղա մի աղջիկ: Պարահանդեսին մասնակցում էր 60-ից քիչ մարդ: Առաջին պարի ժամանակ չէին պարում աղջիկների մեկ քառորդը, իսկ տղաների երկու յոթերորդը: Քանի՞ մարդ էր եկել պարահանդես:

**Լուծում:**

$$\begin{array}{l} \text{տղաների քանակը } x \\ \text{աղջիկների քանակը } y \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{պարող տղաները } \frac{5}{7}x \\ \text{պարող աղջիկների քանակը } \frac{3}{4}y \end{array}$$

$$\frac{5}{7}x = \frac{3}{4}y \Leftrightarrow 20x = 21y \text{ և քանի որ } (20; 21)=1 \rightarrow x\text{-ը պետք է բաժանվի } 21\text{-ի, իսկ } y\text{-ը } 20\text{-ի և քանի որ բոլոր պարողների քանակը } < 60, \text{ հետևաբար } 21 \text{ տղա և } 20 \text{ աղջիկ: } x + y = 41 :$$

Պատ.՝ 41

13. Անցնելով կամրջի երեք ութերորդ մասը, հետիոտնը նկատեց, որ հետևից գալիս է ավտոմեքենան 60կմ/ժ արագությամբ: Եթե հետիոտնը հետ վազի, ապա մեքենային կհանդիպի կամրջի սկզբում, իսկ եթե վազի առաջ նույն ուղղությամբ, ապա մեքենան հետիոտնին կհանդիպի կամրջի վերջում: Քանի՞ կմ/ժ է հետիոտնի արագությունը:

**Լուծում:**

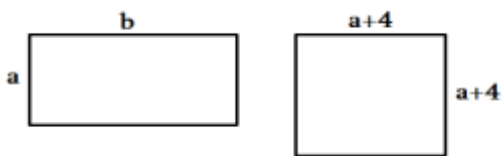
$$\left. \begin{array}{l} \text{Կամրջի երկարությունը } S \\ \text{մեքենայի մինչև կամրջ հասնելը } a \\ \text{հետիոտնի վազքի արագությունը } x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3}{8}S = \frac{a}{60} \\ \frac{5}{8}S = \frac{a+S}{60} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3S}{8x} = \frac{a}{60} \\ \frac{5S}{8x} = \frac{a+S}{60} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{a}{a+S} \Rightarrow 2a = 3S \Rightarrow a = \frac{3}{2}S \Rightarrow x = 15 :$$

Պատ.՝ 15 կմ/ժ

14. Քառակուսու կողմը 4-ով մեծ է ուղղանկյան մի կողմից և նրանց մակերեսները հավասար են: Ուղղանկյան և քառակուսու քանի՞ այդպիսի զույգ կա, եթե հայտնի է նաև, որ նրանց կողմերի երկարությունները արտահայտվում են բնական թվերով:

**Լուծում:** Ուղղանկյան կողմերը՝  $a; b$ , իսկ քառակուսու կողմը՝  $a+4$ :



$$\begin{aligned} (a+4)^2 &= ab \\ a^2 + 8a + 16 &= ab \\ b &= a + 8 + \frac{16}{a} \Rightarrow a\text{-ն } 16\text{-ի բաժանարար է} \Rightarrow \\ a &= 1; 2; 4; 8; 16, \text{ կա այդպիսի } 5 \text{ զույգ:} \end{aligned}$$

Պատ.՝ 5 հատ

15. Արամը գրատախտակին գրել է  $N$  բնական թվի բոլոր բաժանարարները 1-ից մինչև  $N$  աճման կարգով: Պարզվեց, որ վերջից երրորդ բաժանարարը 15 անգամ մեծ է երկրորդից: Գտնել  $N$ -ի ամենամեծ արժեքը:

**Լուծում:** Դիտարկենք 2 դեպք:

1) Դիցուք  $N$ -ը զույգ է: Նրա բաժանարարները կող-կողքի կլինի  $1; 2; 3; \dots; \frac{N}{3}; \frac{N}{2}; N \Rightarrow$   
 $\frac{N}{3} = 15 \cdot 2 \Rightarrow N=90:$

2) Դիցուք  $N$ -ը կենտ է:  $1; 3; 5; \dots; \frac{N}{5}; \frac{N}{3}; N \Rightarrow \frac{N}{5} = 15 \cdot 3 \Rightarrow N=225:$

Պատ.՝ 225