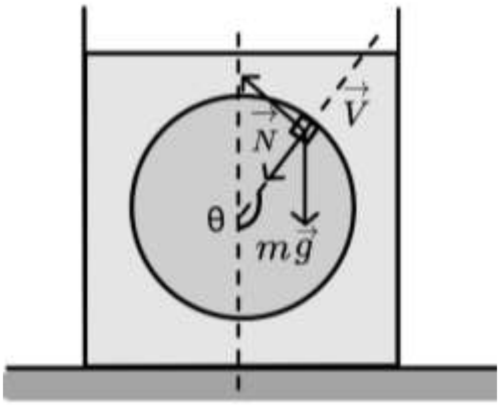
Թռչկոտում (11 և 12 դասարաններ)

1.Պարզ է, որ չորսուի հետագծի վերին կետում չորսուի և խորանարդի փոխազդեցության ուժը զրոյանում է: Էներգիայի պահպանման օրենքից ստանում ենք $m\frac{V^2}{2} + 2mgR = m\frac{V_0{}^2}{2}$ (1)[0.5 միավոր]



Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի $\frac{mV^2}{R} = mg(2)$:

Լուծելով այս 2 հավասարումները կստանանք

$V_{min} = \sqrt{5gR}$[0.5 միավոր]:

2. Գրենք էներգիայի պահպանման և Նյուտոնի երկրորդ օրենքները ինչ-որ θ պահին:

$m\frac{V^2}{2} + mgR(1-\cos\theta) = m\frac{V_0{}^2}{2}$ (3) և

$m\frac{V^2}{R} = N - mg\cos\Theta$ (4) [1 միավոր]

Արտահայտելով V^2 -ն 3-րդ հավասարումից և տեղադրելով 4-ում կստանանք

$$N(\theta) = m\frac{V_0{}^2}{R} + mg(3\,cos\,\theta - 2)\ (5)\ [0.5\ միավոր]$$

3. Խորանարդի գետնից չպոկվելու պայմանն է $N_y <= Mg$[0.5 միավոր]:Պարզ է,որ չորսուի վրա ազդող հակազդեցության ուժի ուղղաձիգ դեպի վեր ուղղված բաղադրիչը կարելի է արտահայտել հետևյալ ձևով

$N_y = -N(\Theta)\cos\Theta$, այսինքն $N_y = -(m\frac{V_0{}^2}{R} + mg(3\,cos\,\theta - 2))\,cos\,\theta$ (6) [0.5 միավոր]

Բացելով փակագծերը կստանանք $N_y = -3\mathrm{mg}\cos\theta^2 - m\frac{V_0{}^2}{R}\cos\theta + 2mg\cos\theta$:

Կատարենք $\cos\alpha = u$ նշանակումը: Կունենանք հետևյալ արտահայտությունը

$N_y = f(u) = -3\mathrm{mg}u^2 - m\frac{V_0{}^2}{R}u + 2mgu$ (7): Այն իր առավելագույն արժեքին է հասնում

$u' = \frac{2gR - V_0{}^2}{6gR}$ կետում:[0.5 միավոր]

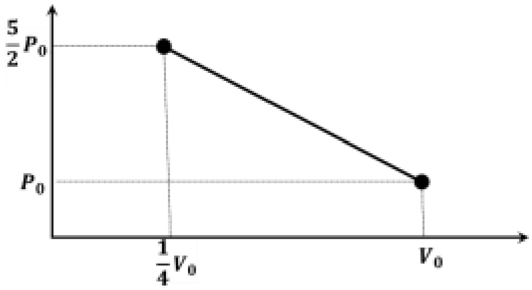
$V_0 = \sqrt{5gR}$ դեպքում $u' = \frac{2gR - V_0{}^2}{6gR} = \frac{-1}{2}$, այսինքն $\theta = 120°$[0.5 միավոր]: Տեղադրելով $\theta = 120°$ N_y-ի արտահայտության մեջ , կստանանք ${N_y}_{max} = \frac{3mg}{4}$:

Հետևաբար ըստ խորանարդի չպոկվելու պայմանից $\frac{M}{m} \geq \frac{3}{4}$ [0.5 միավոր]:

Խցանահան (5 միավոր)

Քվազիստատիկ ընդարձակման ընթացքում գազի ճնշման ծավալից կախման գրաֆիկը տրվում է գծային օրենքով՝

$P = kV + b$ [0.5 միավոր, եթե կառուցված է գրաֆիկը]



Նշանակենք անոթի պարունակության ծավալը $V_0 = S \cdot l_0$:

Ճնշման արժեքը սկզբում $P_{\text{սկզբ}} = \frac{5}{2}P_0$ է: Հավասարակշռության պայմանից՝

$$\left(P_{\text{սկզբ}} - P_0\right) * S = \frac{2P_0S}{l_0}x$$

Ստանում ենք, որ $x = 0.75l_0$, որտեղից էլ $V_{\text{սկզբ}} = 0.25 \cdot V_0$ [0.5 միավոր]

Տեղադրելով սկզբնակետի և վերջնակետի արժեքները $P = kV + b$ հավասարման մեջ կստանանք՝ $k = -2\frac{P_0}{V_0}$ և $b = 3P_0$, այսպիսով հավասարումը կլինի՝

$$P = -2\frac{P_0}{V_0}V + 3P_0$$ [1 միավոր]

Գազի ստացած ջերմաքանակը մինչև ինչ որ V ծավալին ընդարձակվելը՝

$$Q = \frac{\left(V - \frac{V_0}{4}\right)\left(P + \frac{5}{2}P_0\right)}{2} + \frac{3}{2}PV - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{8}P_0V_0 = 2PV - \frac{1}{8}PV_0 + \frac{5}{4}P_0V - \frac{5}{4}P_0V_0$$ [1 միավոր]

Տեղադրելով P-ի արտահայտությունը կստանանք՝

$$Q = -4\frac{P_0}{V_0}V^2 + \frac{30}{4}P_0V - \frac{13}{8}P_0V_0$$ [0.5 միավոր]

Որպեսզի հասկանանք, թե ինչքան ջերմաքանակ է փոխանցվել գազին պետք է գտնենք այս քառակուսի եռանդամի առավելագույն արժեքը [0.5 միավոր], որը այն ստանում է $V = \frac{15}{16}V_0$ [0.5 միավոր] ծավալի դեպքում:

Տեղադրելով Q-ի արտահայտության մեջ կստանանք՝

$$Q = \frac{121}{64}P_0V_0$$ [0.5 միավոր]

Հեռահարություն (11-րդ դասարան)

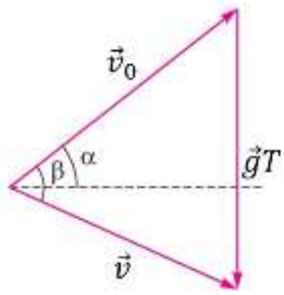
ա) Սկզբնակետում լրիվ մեխանիկական էներգիան՝ $\boldsymbol{mgh + mv_0^2/2}$, վերջնակետում լրիվ մեխանիկական էներգիան՝ $\boldsymbol{mv^2/2}$: Էներգիայի պահպանման օրենքը.

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

Այստեղից էլ կստանանք

$$v = \sqrt{2gh + v_0^2} \text{ /0,5 միավոր/}$$

բ) Նշանակենք թռիչքի ընդհանուր տևողությունը $\boldsymbol{T}$-ով: Արագությունների վեկտորական եռանկյունը կունենա հետևյալ տեսքը.



/0,5 միավոր/

գ) $\boldsymbol{x}$ առանցքով շարժման օրենքը.

$$x = v_0 t \cdot \cos(\alpha)$$

$\boldsymbol{y}$ առանցքով շարժման օրենքը.

$$y = v_0 t \cdot \sin(\alpha) - \frac{gt^2}{2}$$

Այստեղից էլ կարող ենք ստանալ հետագծի հավասարումը.

$$y(x) = x \cdot tg(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2}\left[1 + tg^2(\alpha)\right] \quad \text{/0,5 միավոր/}$$

դ)

Լուծում 1: Արագությունների վեկտորական եռանկյան մակերեսը՝

$$\frac{1}{2}v_0 \cos(\alpha) \cdot gT = \frac{1}{2}v_0 v \sin(\beta) \quad \text{/0,5 միավոր/}$$

Հեռահարությունը հավասար կլինի $\boldsymbol{T}$ պահին $\boldsymbol{x(T)}$ կոորդինատի արժեքին: Հաշվի առնելով, որ

$$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$$

կստանանք

$$x(T) = v_0 \cos(\alpha) \cdot T = \frac{1}{g}v_0 v \sin(\beta) = \frac{1}{g}v_0\sqrt{2gh + v_0^2}\sin(\beta) \quad \text{/1 միավոր/}$$

Առավելագույն հեռահարությունը կլինի, երբ

$$\sin(\beta) = 1 \text{ /0,5 միավոր/}$$

Այսպիսով, առավելագույն հեռահարությունը՝

$$L_{max} = \frac{v_0\sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} \quad \text{/0,5 միավոր/}$$

Լուծում 2: Անկման կետում մարմնի կոորդինատները՝

$$x(T) = L,\ y(T) = -h \text{ /0,5 միավոր/}$$

Տեղադրելով կոորդինատների այս արժեքները գ) կետում ստացված հավասարման մեջ և լուծելով հավասարումը կստանանք՝

$$tg(\alpha) = \frac{v_0^2}{gL}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2} - \frac{g^2L^2}{v_0^4}}\right) \quad \text{/1 միավոր/}$$

Որպեսզի արտահայտությունը իմաստ ունենա անհրաժեշտ է, որ

$$1 + \frac{2gh}{v_0^2} - \frac{g^2L^2}{v_0^4} \geq 0 \quad \text{/0,5 միավոր/}$$

Լուծելով այս անհավասարումը՝ կստանանք

$$L \le \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad => \quad L_{max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$$ **/0,5 միավոր/**

ե)

Լուծում 1: Ինչպես ցույց տվեցինք նախորդ կետում՝ հեռահարությունը կլինի առավելագույնը $\boldsymbol{\beta = 90^0}$ դեպքում: Այդ դեպքում արագությունների վեկտորական մեծ եռանկյունուց կստանանք, որ

$$tg(\alpha) = \frac{v_0}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$ **/1 միավոր/**

Լուծում 2: Տեղադրելով առավելագույն հեռահարության համար ստացված

$$L_{max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

արտահայտությունը $\boldsymbol{tg(\alpha)}$-ի համար ստացված հավասարման մեջ կստանանք՝

$$tg(\alpha) = \frac{v_0^2}{gL_{max}} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$ **/1 միավոր/**

Միլլիկենի փորձը
Մաս Ա
ա) Եթե անտեսում ենք Արքիմեդյան ուժը՝

$$\begin{cases} mg = krv_0 \\ \frac{U}{h}q - mg = krv \end{cases} \quad => \quad \frac{U}{d}q = mg\left(1 + \frac{v}{v_0}\right) \qquad [1 \text{ միավոր}]$$

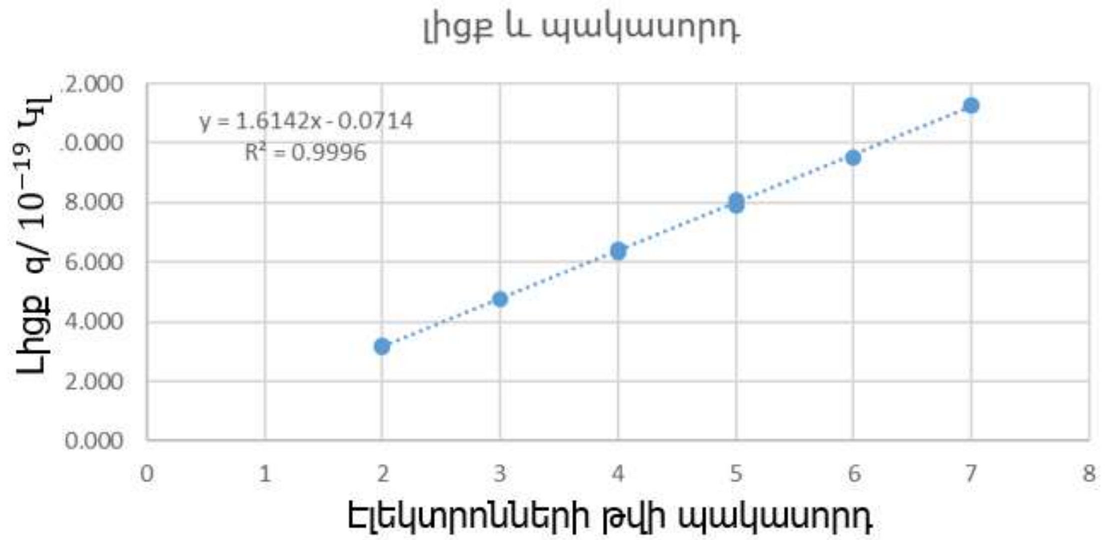
$$q = \frac{d}{U}mg\left(1 + \frac{v}{v_0}\right) = \frac{d}{U}\frac{4\pi r^3 \rho g}{3}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$

սյունյակը լրացնելով [1.5 միավոր]
Եթե հաշվի առնենք Արքիմեդյան ուժը՝

$$q = \frac{d}{U}\frac{4\pi r^3(\rho - \rho_{\text{օդ}})g}{3}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$

№	r մկմ	V0 մմ/վ	U կՎ	V1 մմ/վ	q x 10^(-19) Կլ	n
1	1.30	0.19	5.00	0.18	3.196	1.997
2	1.70	0.32	5.00	0.51	9.519	5.949
3	1.70	0.32	5.00	0.24	6.423	4.014
4	1.20	0.16	5.00	0.23	3.146	1.966
5	1.40	0.22	5.00	0.29	4.752	2.970
6	2.00	0.44	5.00	0.39	11.273	7.046
7	1.60	0.28	5.00	0.46	8.086	5.054
8	1.50	0.25	5.00	0.38	6.353	3.971
9	2.20	0.53	5.00	0.22	11.256	7.035
10	1.40	0.22	5.00	0.63	7.920	4.950

Հազարավոր փորձարարական տվյալներից պարզ երևում էր, որ լիցքի արժեքները ընդհատ են:’’
բ) Վերը բերված աղյուսակի նախավերջին սյունյակից երևում է, որ լիցքերի տարբերությունը մոտավորապես պատիկ է $1.6 \cdot 10^{-19}$ Կուլոնին: Բաժանելով լիցքի արժեքները այս մեծության վրա կստանանք էլեկտրոնների պակասորդի թիվը յուրաքանչյուր կաթիլում: Այդ թվերը լրացված են աղյուսակի վերջին սյունյակում (կլորացված չեն): Համարել ճիշտ բոլոր արժեքները, որոնք մինչև ամբողջ թիվ կլորացնելիս տալիս են ճիշտ պատասխան: [1 միավոր]



գ) Վերը բերված գրաֆիկից երևում է, որ կախվածությունը գծային է: Գրաֆիկի թեքությունը հավասար է տարրական լիցքին, հաշվարկները ցույց են տալիս, որ դա հավասար է 1.6, ինչը վկայում է, որ տարրական լիցքը $1.6 \cdot 10^{-19}$ Կլ: Համարել ճիշտ բոլոր աչժեքները, որոնք ընկած են $1.58 \cdot 10^{-19}\text{Կլ} < q < 1.62 \cdot 10^{-19}\text{Կլ}$ տիրույթում: [1,5 միավոր]

Մաս B: Ամեն ինչ այսքան հեշտ չէ

ա) Ստացեք բանաձև, որը արտահայտում է r շառավղով կաթիլի շառավղի նվազման արագությունը՝ կախված հեղուկի մակերևույթից գոլորշիացման q արագությունից և հեղուկի խտությունից: Այս մեծությունների միավորները բերված են աղյուսակում: [1 միավոր]

$\frac{dm}{dt} = \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 q \;\; => \;\; \frac{dr}{dt} = \frac{q}{\rho} \;\; => \;\; \Delta r = \frac{q}{\rho}\Delta t = \frac{q}{\rho}\cdot\frac{d}{v}$ [1 միավոր]

բ) Օգտագործելով աղյուսակ 2-ում բերված տվյալները՝ $r = 1.3$ մկմ շառավղով կաթիլի օրինակի վրա բացատրեք, թե ինչու է յուղի օգտագործումը մեծացնում ճշտությունը: [2 միավոր]

Նախ հաշվենք, թե ինչ արագություն կունենար նույն չափի և նույն լիցքով ջրի կաթիլը.

$$mg = \frac{4\pi r^3 \rho g}{3} = krv_0 \;\; => \;\; \frac{v_0}{r^2\rho} = const$$

$$\frac{v_{\text{ջուր}}}{\rho_{\text{ջուր}}} = \frac{v_{\text{յուղ}}}{\rho_{\text{յուղ}}} \;\; => \;\; v_{\text{ջուր}} = \rho_{\text{ջուր}} \cdot \frac{v_{\text{յուղ}}}{\rho_{\text{յուղ}}} = 0.208\,\frac{\text{մմ}}{\text{վ}}$$ [1 միավոր]

Այնուհետև հաշվենք, թե ինչքան կփոխվեն ջրի և յուղի կաթիլների չափերը լիցքավորված թիթեղների միջև անցնելու ընթացքում:

$$\Delta r_{\text{ջուր}} = \frac{q}{\rho}\cdot\frac{d}{v} = \frac{2{,}78\cdot 10^{-4}}{1000}\cdot\frac{10^{-2}}{0.208\cdot 10^{-3}}\text{մ} = 1.34\cdot 10^{-5}\text{ մ} = 13.4\text{ մկմ}$$ [0.5 միավոր]

$$\Delta r_{\text{յուղ}} = \frac{q}{\rho}\cdot\frac{d}{v} = \frac{2{,}80\cdot 10^{-9}}{910}\cdot\frac{10^{-2}}{0.19\cdot 10^{-3}}\text{մ} = 1.62\cdot 10^{-10}\text{ մ} = 0.162\text{ նմ}$$ [0.5 միավոր]

Տեսնում ենք, որ ջրի գոլորշացումն շատ ավելի էական է, և դրա համար նույնիսկ կիրառելի չէ շառավղի փոփոխությունը փոքր համարելու մոտավորությունը:

գ) Առանց լապլասյան ճնշումը հաշվի առնելու լիցքի համար արտահայտությունը կստացվի

$$q = \frac{d}{U}\frac{4\pi r^3 \rho g}{3}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$

Լապլասյան ΔP ճնշումը փոքրացնում է կաթիլի ծավալը $\beta\cdot\Delta P$ անգամով, և, հետևաբար, մեծացնում խտությունը $\beta\cdot\Delta P$ անգամով: Արդյունքում, օգտվելով վերևի բանաձևից երևում է, որ ստացված լիցքի արժեքն էլ կմեծանա $\beta\cdot\Delta P$ անգամով [0.5 միավոր]: Այսպիսով,

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \beta\cdot\Delta P = \beta\cdot\frac{2\sigma}{r} = 7{,}0 * 10^{-10}\text{ Պա}^{-1}\cdot\frac{2\cdot 30\,\frac{\text{մՆ}}{\text{մ}}}{1.3\text{ մկմ}} = 3.23\cdot 10^{-5}$$ [0.5 միավոր]

և մակերևույթային լարվածության հաշվի առնելը էական ճշտում չի մտցնում:

դ) Իրականում օդի կողմից կաթիլի վրա ազդում է Արքիմեդյան ուժ: Քա՞նի տոկոս ճշտում է ավելացնում կաթիլի լիցքի արժեքի մեջ Արքիմեդյան ուժի հաշվի առնելը: [1 միավոր]

Արքիմեդյան ուժի հաշվի առնելը նույնպես էֆեկտիվորեն փոփոխություն է մտցնում խտության մասում՝

$$q = \frac{d}{U}\frac{4\pi r^3(\rho - \rho_{\text{օդ}})g}{3}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$ [0.5 միավոր]

և նախորդ կետի պես կստանանք

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = -\frac{\rho_{\text{օդ}}}{\rho_0} = -\frac{1.29\text{ կգ/մ}^3}{910\text{ կգ/մ}^3} = -1.41\cdot 10^{-3}$$ [0.5 միավոր]

(նշանի կորուստի համար միավոր չի հանվում):