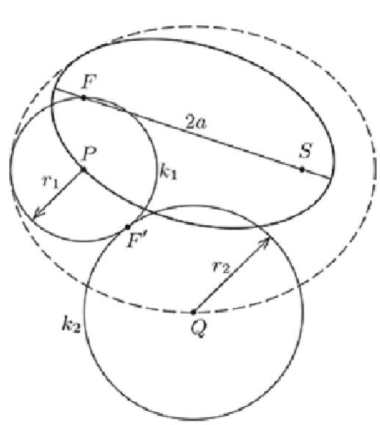
2017 թ. դպրոցականների հանրապետական օլիմպիադայի խնդիրներ

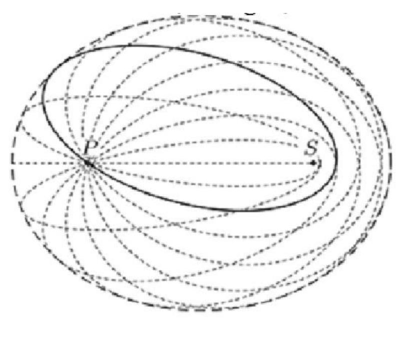
"Աստղագիտություն" առարկայից

Լուծումներ

- Գիսավորները շարժվում են պարաբոլական ուղեծրերով, հետևաբար, նրանց սկզբնական ընդհանուր մեխանիկական էներգիան հավասար է զրոյի: Բախման ժամանական մեխանիկական էներգիայի կորուստը (օրինակ , ջերմային էնեգիայի տեսքով), բերում է նրան, որ առաջացած բեկորները սկսում են շարժվել էլիպտական ուղեծրերով: Այդ ուղեծրերը պետք է անցնեն պերիհելիումի (բախման) P կետով և ունենան մի ընդհանուր S կիզակետ՝ Արեգակը:

Քանի որ էլիպտական ուղեծրի մեծ առանցքի երկարությունը կախված է միայն պտտվող մարմնի միավոր զանգվածին բաժին ընկնող էներգիայից , ապա նույն սկզբնական արագության պայմանից հետևում է, որ բոլոր բեկորների ուղեծրերի մեծ առանցքները կունենան նույն երկարությունը, որը նշանակենք $2a$:





Նկար 2.

Նկար 1.

Խնդրի՝ SP գծի նկատմամբ ակնհայտ գլանաձև համաչափությունը թույլ է տալիս դիտարկել խնդիրը SP գիծը պարունակող կամայական հարթությունում (նկ.1):

Էլիպսի հայտնի հատկությունից հետևում է, որ P կետի r_1 հեռավորությունը մյուս կիզակետից հավասար է $r_1 = 2a - SP,$

Հետևաբար, բոլոր բեկորների ուղեծրերի երկրորդ կիզակետերը պետք է գտնվեն P կենտրոն և r_1 շառավիղ ունեցող k_1 շրջանագծի վրա: Նկ. 1-ում պատկերված է հնարավոր ուղեծրերից մեկը, որի կիզակետերն են F-ը և S-ը:

Այժմ դիտարկենք տվյալ հարթությունում գտնվող մի կամայական Q կետ՝ պարզելու համար, թե՞ ինչ պայմանների դեպքում նա կարող է պատկանել մեր կողմից որոնվող մակերևույթին:

Եթե ուղեծիրը անցնում է Q կետով, ապա նրա երկրորդ կիզակետը պետք է գտնվի Q կետից $r_2 = 2a - SQ$ հեռավորության վրա: Գծեք k_2 շրջանագիծ r_2 շառավղով և Q կենտրոնով: Հնարավոր է 3 դեպք.՝

1. Եթե k_2–ը հատում է k_1 շրջանագիծը, ապա Q կետը պատկանում է երկու տարբեր ուղեծրերի , որոնց երկրորդ կիզակետերը համընկնում են հատման կետերի հետ:
2. Եթե k_1 և k_2 շրջանագծերը չունեն ընդհանուր կետ, ապա ոչ մի բեկորի ուղեծիր չի կարող անցնել Q կետով, հետևաբար Q–ն ընկած է որոնվող մակերևույթից դուրս:
3. Եթե k_1 և k_2 շրջանագծերը շոշափում են միմյանց (նկ.1-ում F' կետը), ապա միայն մի էլիպտիկ ուղեծիր է անցնում Q կետով: Հետևաբար, Q-ն ընկած է որոնվող մակերևույթի վրա:

Երրորդ դեպքում ՝ $PQ = r_1 + r_2 = (2a - SP) + (2a - SQ),$

որտեղից ՝ $PQ + SQ = 4a - SP = \text{constant},$

Այստեղից, վերցված հարթությունում որոնվող մակերևույթի կետերը ընկած են P և S կիզակետերով էլիպսի վրա (նկ.2) , որի մեծ առանցքը հավասար է $4a - SP$:

Հաշվի առնելով խնդրի գլանային համաչափությունը, վերջնականորեն կարելի է ասել, որ որոնվող մակերևույթը պտտման էլիպսոիդ է :

- Որպես միավոր պայծառություն ընդունենք 0^m տեսանելի մեծության աստղի պայծառությունը :

Այստեղից, m -րդ մեծության աստղի պայծառությունը $J_m = \dfrac{1}{2.512^m}$.

`

Աստղի լուսատվությունը համեմատական կլինի՝ $B \sim \dfrac{r^2}{2.512^m}$.

Հաշվի առնելով խնդրի պայմանները $B_m = \dfrac{m^2}{2.512^m}$. .՝

Աստղ	B_m	Դասավորությունը ըստ լուսատվության
1	0.398	IV
2	0.634	I
3	0.568	II
4	0.402	III

- Խտությունների հարաբերությունը կարելի որոշել հետևյալ կերպ: Ունենք հետևյալ ակնհայտ առնչությունները.՝

$$\frac{\rho_\oplus}{\rho_\odot} = \frac{M_\oplus}{(R_\oplus)^3}\frac{(R_\odot)^3}{M_\odot}$$

$$T_\oplus = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_S}}$$

Այստեղից հետևում է.՝

$$\theta_\odot = \frac{2R_\odot}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2R_\odot}{\theta_\odot}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{8{R_\odot}^3}{GM_\odot\theta_\odot^3}$$

$$\Rightarrow \frac{R_\odot^3}{M_\odot} = \frac{GT^2\theta_\odot^3}{32\pi^2}$$

Մյուս կողմից Երկրի համար ունենք հետևյալ առնչությունները.՝

$$g = \frac{GM_\oplus}{(R_\oplus)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_\oplus}{(R_\oplus)^2} = \frac{g}{G}$$

$$R_\oplus\varphi = S$$

$$\frac{1}{R_\oplus} = \frac{\varphi}{S}$$

Հետևաբար.՝

$$\begin{aligned}
\frac{\rho_\oplus}{\rho_\odot} &= \frac{M_\oplus}{(R_\oplus)^2}\frac{1}{R_\oplus}\frac{(R_\odot)^3}{M_\odot} \\
&= \frac{g}{G}\frac{\varphi}{S}\frac{GT^2\theta_\odot^3}{32\pi^2} \\
&= \frac{g\varphi\theta_\odot^3T^2}{32\pi^2 S} \\
&= g \times \frac{\pi}{180} \times \left(\frac{\pi}{360}\right)^3 \times \frac{T^2}{32\pi^2 S} \\
&= \frac{gT^2\pi^2}{32 \times 180 \times (360)^3 S} \\
&= \frac{9.81 \times \left(3.1557 \times 10^7\right)^2\pi^2}{32 \times 180 \times (360)^3} \\
\frac{\rho_\oplus}{\rho_\odot} &= 3.23
\end{aligned}$$

- Արեգակի զանգվածի կորուստը կարելի գնահատել հետևյալ կերպ.՝

$$L_{\odot} = -\frac{\Delta E}{\Delta t} = -\frac{\Delta M c^2}{\Delta t}$$
$$\Delta M = -\frac{L_{\odot}\Delta t}{c^2}$$

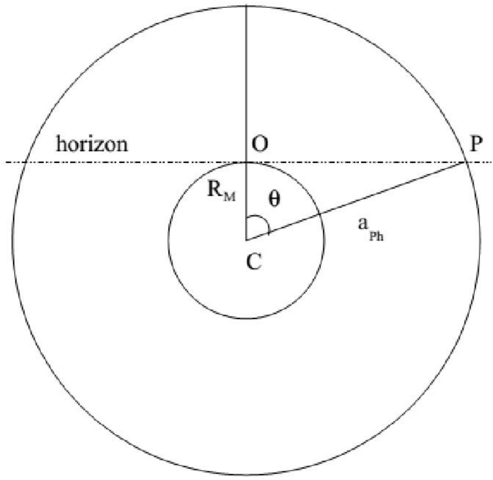
Ենթադրենք, որ Արեգակի լուսատվությունը և, հետևաբար՝ զանգվածի կորստի տեմպը, 100 տարվա ընթացքում հաստատուն մեծություն է: Պտտման մոմենտի պահպանման օրենքից բխում է.՝

$$M_{\oplus} v_1 r_1 = M_{\oplus} v_2 r_2$$
$$\sqrt{\frac{GM_{\odot,1}}{r_1}} r_1 = \sqrt{\frac{GM_{\odot,2}}{r_2}} r_2$$
$$\frac{M_{\odot,1}}{r_1} r_1^2 = \frac{M_{\odot,2}}{r_2} r_2^2$$
$$\therefore M_{\odot,1} r_1 = M_{\odot,2} r_2$$
$$M_{\odot,1}(r_2 - \Delta r) = (M_{\odot,1} - \Delta M) r_2$$
$$1 - \frac{\Delta M}{M_{\odot}} = 1 - \frac{\Delta r}{a_{\oplus}}$$
$$\Delta r = \frac{\Delta M a_{\oplus}}{M_{\odot}} = \frac{a_{\oplus}}{M_{\odot}} \times \frac{L_{\odot}\Delta t}{c^2}$$

$$= \frac{1.496 \times 10^{11} \times 3.826 \times 10^{26} \times 100 \times 3.1557 \times 10^{7}}{(3.00 \times 10^{8})^2 \times 1.989 \times 10^{30}}$$

Պատ.՝ մոտ 1մ:

- Նախ գնահատենք Ֆոբոսի պտտման սինոդիկ պարբերությունը



$$
\begin{aligned}
T_{ph} &= 2\pi\sqrt{\frac{a_{ph}^3}{GM_{Mars}}} \\
&= 2\pi\sqrt{\frac{(9.38\times10^6)^3}{6.6726\times10^{-11}\times6.421\times10^{23}}} \\
&= 2.76\times10^4 sec \\
T_{ph} &\approx 7.660hrs \\
\frac{1}{T_{syn}} &= \frac{1}{T_{ph}} - \frac{1}{T_{Mars}} \\
T_{syn} &= \frac{T_{Mars}T_{ph}}{T_{Mars}-T_{ph}} \\
&= \frac{24.623\times7.660}{24.623-7.660} \\
&= 11.12hrs
\end{aligned}
$$

Այնուհետև, օգտվելով բերված նկարից ($a_{ph} \equiv R_{Ph}$), գնահատենք, թե որքան ժամանակ է գտնվում Ֆոբոսը հորիզոնից բարձր .՝

$$
\begin{aligned}
\theta &= \cos^{-1}\left(\frac{R_{Mars}}{R_{Ph}}\right) \\
t &= \frac{2\theta}{360^\circ}\times T_{syn} \\
&= \frac{T_{syn}}{180^\circ}\cos^{-1}\left(\frac{R_{Mars}}{R_{Ph}}\right) \\
&= \frac{11.12}{180}\cos^{-1}\left(\frac{3393}{9380}\right) \\
&= 4.25hrs
\end{aligned}
$$