

Տնողությունը – 180րոպե

1. Կիսամյայի ընթացքում Արամից ու Բարկենից յուրաքանչյուրը ստացավ 12-ական գնահատական՝ բոլորը 8, 9 կամ 10: Արամը ստացել է այնքան 10, որքան 9 ստացել է Բարկենը: Արամը ստացել է այնքան 9, որքան 8 ստացել է Բարկենը, Արամը ստացել է այնքան 8, որքան 10 ստացել է Բարկենը: Հայտնի է, որ նրանց ստացած գնահատականների միջին թվաքանակներն իրար հավասար են: Պարզել, թե քանի՞ հատ 8 գնահատական է ստացել Արամը:

Լուծում: Արամի ստացած 10 գնահատականների քանակը նշանակենք a , 9 գնահատականների քանակը՝ b , իսկ 8 գնահատականների քանակը՝ c : Համաձայն խնդրի պայմանների կունենանք, որ

$$\begin{cases} a + b + c = 12 \\ 10a + 9b + 8c = 9a + 8b + 10c \end{cases}$$

որտեղից ստացվում է

$$\begin{cases} a + b + c = 12 \\ a + b = 2c \end{cases}$$

Այսինքն $3c = 12$ և $c = 4$:

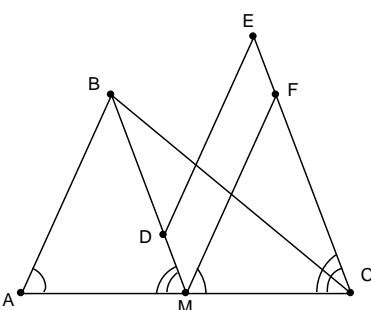
Պատասխան՝ 4:

2. Գտնել բոլոր n ամբողջ թվերը, որոնց համար $n+3$ և n^2+3n+3 թվերը միաժամանակ ամբողջ թվերի խորանարդներ են:

Լուծում: Եթե $n+3$ -ը և n^2+3n+3 ամբողջ թվերի խորանարդներ են, ապա դրանց արտադրյալը նույնպես քմբողջ թվի խորանարդ է: Սակայն $(n+3)(n^2+3n+3) = (n+2)^3 + 1$: Հետևաբար՝ $n+2 = 0$ կամ $n+2 = -1$, որտեղից $n = -2$ կամ $n = -3$: Ստուգումը ցույց է տալիս, որ բավարարում է միայն $n = -2$ -ը:

Պատասխան՝ $n = -2$:

3. ABC եռանկյան BM միջնագծի վրա վերցված D կետով AB կողմին տաված գուգահեռ ուղիղը և C կետով BM միջնագծին գուգահեռ տարված ուղղի հետ հատվում է E կետում: Ապացուցել, որ $BE = AD$:



Լուծում: M կետով տանենք DE ուղղին գուգահեռ MF ողիղը:

Քանի որ գուգահեռագիծ է, ապա $DE = MF$:

$\angle A = \angle FMC, \angle BMA = \angle FCM, AM = MB \Rightarrow \Delta ABM = \Delta FMC$ հետևաբար

$AB = MF$: Այսպիսով $AB = DE$ և $AB \parallel DE$: Ուստի $ABED$ քառանկյունը

գուգահեռագիծ է, որտեղից $AD = BE$:

Տևողությունը – 180րոպե

4. Շրջանագծի երկայնքով գրված են 9 թվանշաններ, որոնցից ոչ մեկը 0 չէ: Խաչիկը սկսելով որևէ թվանշանից ժամալաքի ուղղությամբ պտտվելով իրար կցազրեց գրված թվանշանները ու պարզեց, որ ստացված թիվն առանց մնացորդի բաժանվում է 27-ի: Ապացուցել, որ եթե Խաչիկը սկսեր ցանկացած այլ թվանշանից, ապա ստացված թիվը կրկին կբաժանվեր 27-ի:

Լուծում: Դիցուք գրելուց ստացվել է $A = abcdefghk$ թիվը և այն բաժանվում է 27-ի: Ապացուցենք, որ $B = bcdefghka$ թիվը նույնպես կբաժանվի 27-ի:

Նշանակենք $x = bcdefghk$: Այդ դեպքում $A = 10^8a + x$ և $B = 10x + a$: Նկատենք, որ

$$7A + 2B = 7(10^8a + x) + 2(10x + a) = 700000002a + 7x + 20x + 2a = 700000002a + 9x$$

Քանի որ 700000002 թիվն առանց մնացորդի բաժանվում է 27-ի, ուստի հավասարության աջ մասը նույնպես բաժանվում է 27-ի: Հետևաբար $7A + 2B$ թիվը բաժանվում է 27-ի: Քանի որ A -ն բաժանվում է 27-ի, ուստի B -ն նույնպես պետք է բաժանվի 27-ի:

Նկատենք, որ մեկ թվանշանով տեղափոխվելու դեպքում խնդիրը լուծելուց կհետևի նաև ընդհանուր դեպքը: Իսկապես, մի քանի քայլ առաջ տեղափոխվելը համարժեք է մի քանի անգամ մեկ քայլով առաջ շարժվելուն: Քանի որ մեկ քայլով առաջ շարժվելիս թիվը միևնույն է բաժանվելու է 27-ի, ուստի ընդհանուր դեպքում նույնպես ճիշտ կլինի: