1) Գտեք a,b,c թվերի բոլոր եռյակները, եթե գոյություն ունի (a,b,c) թվերի տեղափոխություն, որը համընկնում է $\left(a^4-2b^2, b^4-2c^2, c^4-2a^2\right)$ եռյակի հետ և $a+b+c=-3$:

Լուծում 1: 1) Քանի, որ (a,b,c) եռյակի ինչ-որ տեղափոխություն համընկնում է $\left(a^4-2b^2, b^4-2c^2, c^4-2a^2\right)$ եռյակի հետ, ապա $a^4-2b^2+b^4-2c^2+c^4-2a^2=a+b+c$:

2 միավոր

2) $a^4-2b^2+b^4-2c^2+c^4-2a^2=-3$: 1 միավոր

3) $\left(a^2-1\right)^2+\left(b^2-1\right)^2+\left(c^2-1\right)^2=0$: 3 միավոր

4) $a=b=c=-1$: 1 միավոր

2) O կենտրոնով ω շրջանագծին ներգծած ABC եռանկյան մեջ $\angle B=60^\circ$, $\angle C=70^\circ$: BB_1 բարձրությունը պարունակող ուղիղը ω–ն հատում է N կետում, իսկ ON–ը և AA_1 բարձրությունը հատվում են E կետում: Ապացուցեք, որ B_1, E, M կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա, որտեղ M -ը AB հատվածի միջնակետն է:

Լուծում: Դիցուք B_1E ուղիղը AB –ն հատում է կետում:

1) $\angle AOB=140^\circ \Rightarrow \angle BAO=\angle ABO=20^\circ$: 1 միավոր

2) $\angle ABB_1=40^\circ \Rightarrow \angle AON=80^\circ \Rightarrow \angle OAE=\angle BAE-\angle BAO=10^\circ \Rightarrow \angle AEO=90^\circ$: 2 միավոր

3) $\angle AEN=\angle AB_1N=90^\circ \Rightarrow A, E, B_1, N$ կետերով անցնում է շրջանագիծ: 2 միավոր

4) $\angle ANE=\angle AB_1E=50^\circ=\angle MAB_1 \Rightarrow AM=MB_1=MB$: 2 միավոր

3) Տրված է $a_n=2019\underbrace{9\cdots9}_{n}$ հաջորդականությունը: Ապացուցեք, որ գոյություն ունեն a_n հաջորդականության անվերջ քանակությամբ անդամներ, որոնք բազմապատիկ են a_{2019}–ին:

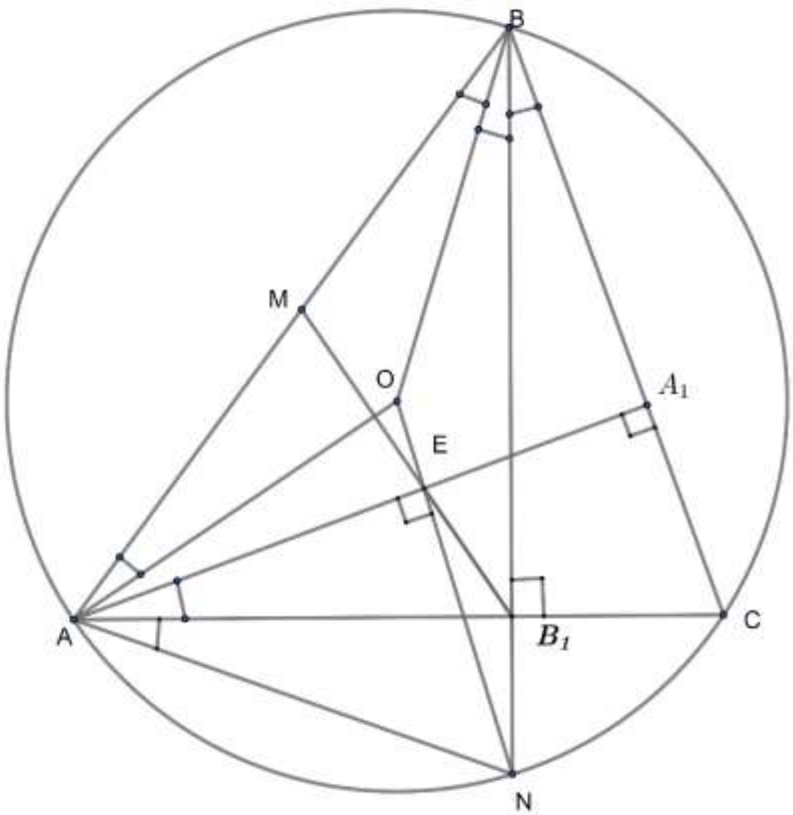
Լուծում: Ապացուցենք, որ գոյություն ունի մեկերով գրվող բնական թիվ, որը բաժանվում է a_{2019}–ի: 2 միավոր

Գրենք $1, 11, 111, \ldots, \underbrace{11\cdots1}_{a_{2019}}$ թվերը: Դիցուք նրանցից որևէ մեկը չի բաժանվում a_{2019}–ի, հետևաբար գոյություն ունեն այդ թվերից երկուսը, որոնք a_{2019}–ի վրա բաժանելիս ստացվում է նույն մնացորդը, ուստի նրանց տարբերությունը $\underbrace{11\cdots1}_{p}\underbrace{00\cdots0}_{q}$ տեսքի է: Քանի, որ a_{2019}–ը կենտ է և չի բաժանվում 5-ի, հետևաբար $\underbrace{11\cdots1}_{p}$ թիվը բաժանվում է a_{2019}–ի: : 3 միավոր

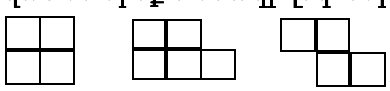
Դիցուք $A=\underbrace{11\cdots1}_{l}$ թիվը բաժանվում է a_{2019}–ի:

Այդ դեպքում $a_{2019+l}=10^l a_{2019}+9A \vdots a_{2019} \Rightarrow a_{2019+kl} \vdots a_{2019}$ կամայական $k\in N$ համար :

2 միավոր



4) Տրված են երեք տեսակի լեգոներ՝ Ա, Բ, Գ:



Ա Բ Գ

Տրված լեգոներով հավաքել են 2018×2019 չափի ուղղանկյուն: Ամենաքիչը քանի՞ Բ տեսակի լեգո են օգտագործել :

Լուծում: Ներկենք 2018 երկարության 2019 շարքերը հերթագայությամբ սև և սպիտակ գույներով: 3 միավոր

Ա և Գ տեսակի յուրաքանչյուր լեգո պարունակում է 2 սև և 2 սպիտակ վանդակներ, իսկ Բ տեսակի լեգոն՝ 2 սև, 3 սպիտակ կամ 3 սև, 2 սպիտակ վանդակներ: Քանի, որ սև վանդակների քանակը 2018-ով ավելի է, հետևաբար առնվազն կօգտագործի 2018 հատ Բ տեսակի լեգո:

2 միավոր

Բերենք օրինակ, որտեղ օգտագործվում է ուղիղ 2018 Բ տեսակի լեգո: Կազմում ենք 2×7 չափի ուղղանկյուն, որոնցով կազմում ենք 2018×7 չափի ուղղանկյուն, իսկ մնացած 2012×2018 չափի ուղղանկյունը հավաքում ենք Ա տեսակի լեգոներով: 2 միավոր