

Դպրոցական առարկայական օլիմպիադաներ 2024-2025

Աստղագիտություն (10-12 դաս.), մարզային փուլի լուծումներ

1.1. Ստվերի երկարությունը տրվում է $l_x = l_0 / \tan h$ [0.5 միավոր] բանաձևով, որտեղ h -ը Արեգակի բարձրությունն է: Այն կընդունի միևնույն արժեքը արեգակի մաքսիմալ բարձրության դեպքում, որը տրված φ_x աշխարհագրական լայնության դեպքում $h_{max} = 90^\circ - \varphi_x + \varepsilon$ է [0.5 միավոր]: Տրված դիրքերի լայնությունների համար կստանանք

$$\varphi_{A/B} = 90^\circ - \arctan(l_0/l_{A/B}) + \varepsilon, \quad \varphi_A = 60^\circ, \quad \varphi_B = 70^\circ \text{ [0.5 միավոր]}$$

1.2. Երկայնությունների տարբերությունը որոշվում է տեղական արեգակնային ժամանակների տարբերությամբ:

$$\Delta\lambda = 360^\circ \cdot t/T = 29^\circ: \text{ [0.5 միավոր]}$$

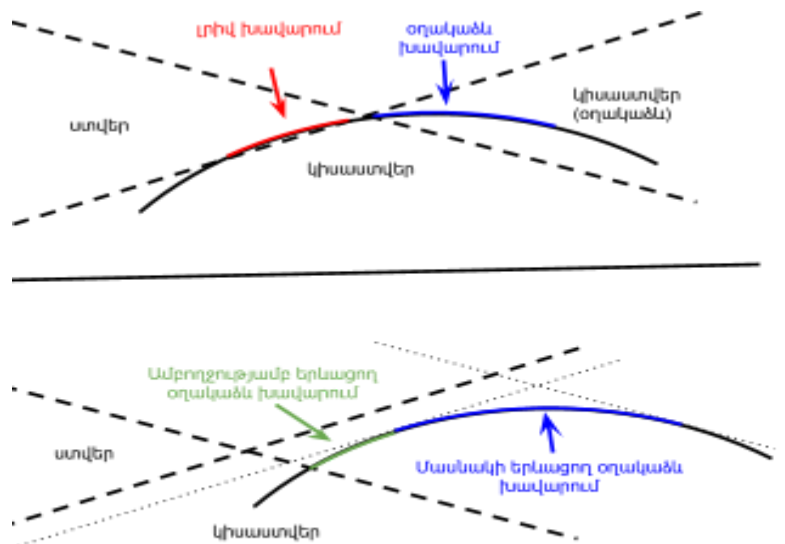
1.3. Դիրքերի անկյունային հեռավորությունը գտնում ենք APB (P -ն հյուսիսային բևեռն է) սֆերիկ եռանկյունը դիտարկելով [0.5 միավոր]. $AP = 30^\circ$, $BP = 20^\circ$, $\angle APB = 29^\circ$: Օգտվելով տրված առնչությունից, ստանում ենք $AB = 15.5^\circ$ [1.0 միավոր]: Մարսի շառավիղը գտնում ենք $D = \frac{AB}{360^\circ} \cdot 2\pi R$ կապից՝

$$R = 3.4 \cdot 10^3 \text{ կմ} \text{ [0.5 միավոր]}$$

2.1. Լուսնի ստվերի երկարությունն առավելագույնն է, երբ այն ամենահեռուն է արեգակից. $d_\zeta = (1 + e_\oplus)a_\oplus - (1 - e_\zeta)a_\zeta = 1.5174 \cdot 10^8$ կմ [0.5 միավոր]: Ստվերի գագաթի անկյունը որոշվում է $\sin \alpha/2 = (R_\odot - R_\zeta)/d_\zeta$ կապով, որտեղից կստացվի $\alpha = 31.48'$ [1.0 միավոր]: Ստվերի երկարությունը կլինի

$$l = R_\zeta / \sin \alpha/2 = R_\zeta d_\zeta / (R_\odot - R_\zeta) = 379530 \text{ կմ} \text{ [0.5 միավոր]}$$

2.2. Լրիվ և օղակաձև խավարումներ միաժամանակ դիտվելու համար անհրաժեշտ է, որ Երկրի մակերևույթի մի կետ գտնվի լրիվ ստվերում, իսկ մեկ այլ կետ՝ լրիվ ստվերի շարունակությունում [1.0 միավոր]: Հաշվի առնելով ստվերի անկյան փոքրությունը, դա հնարավոր է միայն Երկրի սկավառակի (Արեգակից նայած) եզրային նեղ շերտում [0.5 միավոր]: Վերնում հաշվված դիրքում Լուսնի հեռավորությունը Երկրից տրվում է $(1 - e_\zeta)a_\zeta = 362920$ կմ կապով, և ակնհայտ է, որ լուսնի ստվերի երկարությունը «հերիքում» է սկավառակի եզրին հասնելու համար [0.5 միավոր], և ինչ-որ կոնֆիգուրացիայում կլինի հենց այդ հեռավորության վրա (բացի այն որ ստվերը կարող է լինել ավելի կարճ, լուսինը կարող է Երկրից մինչև 405500 կմ հեռու լինել) [0.5 միավոր]:



Սակայն մեկ այլ խնդիր է, որ օղակաձև խավարման տեղի ունենալու կետերից Արեգակը ամբողջությամբ չի երևա և մասամբ կլինի հորիզոնից ներքև (տես նկարը) [0.5 միավոր]: Ներքևի նկարից ակնհայտ է, որ ամբողջությամբ երևացող օղակաձև խավարման հետ միաժամանակ լրիվ խավարում չի

կարող դիտվել [0.5 միավոր]. իսկ մասնակի երևացող օղաձև խավարման հետ միաժամանակ՝ կարող է [0.5 միավոր]:

3.1. Պայթյունից հետո մեծ զանգվածով բեկորի արագությունը կարելի է գտնել համակարգի իմպուլսի պահպանման օրենքից. $(k + 1)mv = -mv + kmu$ [0.5 միավոր], որտեղ v -ն մինչև պայթյունը արագությունն է, m -ը՝ փոքր բեկորի զանգվածը, u -ն՝ մեծ բեկորի արագությունը պայթյունից հետո: Փոքր բեկորի արագությունը պայթյունից հետո նույնն է, ինչ առաջ՝ հակառակ ուղղությամբ: Արդյունքում կստանանք $u = \frac{k+2}{k}v$:

Որպեսզի բեկորը չլքի աստղի համակարգը, դրա արագությունը պետք է փոքր լինի տվյալ հեռավորության վրա երկրորդ տիեզերականից՝ $u < \sqrt{2}v$ [0.5 միավոր]: k -ի համար ստանում ենք

$$k > \frac{2}{\sqrt{2}-1} \approx 4.83 \text{ [0.5 միավոր]}$$

3.2. Ճանր բեկորի ուղեծրի մեծ կիսաառանցքը գտնելու նպատակով դրա էներգիայի համար գրենք $E = -\frac{GMkm}{2a}$ արտահայտությունը. $\frac{kmv^2}{2} - \frac{GMkm}{R} = -\frac{GMkm}{2a}$ [1.0 միավոր]: Օգտվելով շրջանային ուղեծրի համար հայտնի $\frac{GM}{R} = v^2$ առնչությունից [0.5 միավոր], մեծ կիսաառանցքի համար ստանում ենք

$a = R \frac{k^2}{k^2 - 4k - 4}$ [0.5 միավոր]: Քանի որ մեծ բեկորի արագությունը պայթյունից անմիջապես հետո ավելի մեծ է, քան տվյալ հեռավորության վրա շրջանագծային ուղեծրի արագությունը (որը պայթյունից առաջ էր), և այն ուղղահայաց է շառավիղ վեկտորին, ապա պարզ է դառնում, որ պայթյունի կետը նոր հետագծի պերիհելիումն է, և էքցենտրիսիտետը կարելի է գտնել $R = r_p = (1 - e)a$ [0.5 միավոր] կապից.

$$e = 4 \frac{k+1}{k^2} \text{ [0.5 միավոր]}$$

3.3. Թեթև բեկորի պարբերությունը մնում է T , իսկ մեծի T' պարբերությունը կարելի է գտնել Կեպլերի երրորդ օրենքից. $\left(\frac{T'}{T}\right)^2 = \left(\frac{a}{R}\right)^3 \Rightarrow T' = \left(\frac{k^2}{k^2 - 4k - 4}\right)^{3/2} T$ [0.5 միավոր]: $k = 9.66$ արժեքի համար կստանանք $T' = 2.50T$ [0.5 միավոր]: Քանի որ ծանր բեկորը սկզբնական շրջանային ուղեծիրը հատում (շոշափում) է միայն պայթյունի կետում, բեկորները կարող են ընդհուպ մոտենալ իրար միայն այդտեղ՝ յուրաքանչյուր բեկորի՝ ամբողջ թվով պտույտ կատարելու դեպքում: Այդպիսի վիճակ կլինի $5T$ ժամանակ հետո [0.5 միավոր]:

4.1. M_S բացարձակ աստղային մեծությունը որոշվում է $10^{0.4(m-M)} = \left(\frac{d}{d_0}\right)^2$, կամ որ նույնն է, ինչ՝ $M = m - 5lg \frac{d}{d_0}$ բանաձևով, որտեղ d -ն աստղի հեռավորությունն է, իսկ $d_0 = 10$ պկ [0.5 միավոր]: Օգտագործելով, որ $d = \frac{1 \text{ պկ}}{\pi/\prime}$,

$$M_S = m_S + 5lg(\pi_S/\prime) + 5 = 1.43^m \text{ [1.0 միավոր]}$$

4.2. $R_{S,A}/R_\odot$ հարաբերությունը կստացվի լուսատվությունների հարաբերությունից՝ $L_S/L_\odot = L_{S,A}/L_\odot = \frac{4\pi R_{S,A}^2 \sigma T_{S,A}^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4}$ [0.5 միավոր], մյուս կողմից $L_S/L_\odot = 10^{0.4(M_\odot - M_S)}$ [0.5 միավոր]: Այսպիսով,

$$R_{S,A} = R_\odot \cdot 10^{0.2(M_\odot - M_S)} \cdot T_\odot^2 / T_{S,A}^2 = 1.61 \cdot R_\odot \text{ [0.5 միավոր]}$$

4.3. Համակարգի ընդհանուր զանգվածը գտնում ենք պտույտի պարբերության համար հայտնի $t = 2\pi\sqrt{a^3/G\mu}$ բանաձևից [0.5 միավոր]: Երկրի համար գիտենք, որ $t_{\oplus} = 2\pi\sqrt{a_{\oplus}^3/G\mu_{\odot}}$ [0.5 միավոր]: a_S -ը ստանում ենք $\bar{a}_S = \frac{a_S \cdot \sin\beta_S}{d_S}$ առնչությունից [0.5 միավոր], որը ձևափոխելով կստանանք $a_S = \frac{\bar{a}_S}{\sin\beta_S \cdot \pi_S''}$ պիլ = $\frac{\bar{a}_S}{\sin\beta_S \cdot \pi_S}$ · a_{\oplus} (քանի որ ըստ սահմանման 1 պիլ · 1" = 1 մ.մ.) [0.5 միավոր]: Արդյունքում ստացվում է

$$\mu_S = \mu_{\odot} \cdot \left(\frac{a_S}{a_{\oplus}}\right)^3 \cdot \left(\frac{t_S}{t_{\oplus}}\right)^{-2} = \left(\frac{\bar{a}_S}{\sin\beta_S \cdot \pi_S}\right)^3 \cdot \left(\frac{t_S}{t_{\oplus}}\right)^{-2} \cdot \mu_{\odot} = 3.25 \cdot \mu_{\odot} \text{ [1.0 միավոր]}$$

4.4. Գլխավոր հաջորդականության աստղերի համար հայտնի է զանգված-լուսատվություն՝ $L \propto \mu^4$ կապը [0.5 միավոր]: Սիրիուս-A-ն Արեգակի հետ համեմատելով ստանում ենք

$$\mu_{S,A} = \mu_{\odot} \cdot 10^{0.1(M_{\odot} - M_S)} = 2.2 \cdot \mu_{\odot} \quad , \quad \mu_{S,A}/\mu_{S,B} = 2.1 \text{ [1.0 միավոր]}$$

4.5. B աստղի շառավիղը կարելի է իմանալ A-B պայծառությունների հարաբերությունից՝ $R_{S,B} = R_{S,A} \cdot \sqrt{L_{S,B}/L_{S,A}} \cdot T_{S,A}^2/T_{S,B}^2$ [0.5 միավոր]: Խտությունների հարաբերության համար կստանանք

$$\rho_{S,B}/\rho_{S,A} = \frac{\mu_{S,B}/R_{S,B}^3}{\mu_{S,A}/R_{S,A}^3} = \frac{\mu_{S,B}}{\mu_{S,A}} \cdot \left(\frac{T_{S,B}}{T_{S,A}}\right)^6 \cdot k^{3/2} = 4 \cdot 10^6 \text{ [1.0 միավոր]}$$