

**Դպրոցական առարկայական օլիմպիադաներ 2024-2025**  
Աստղագիտություն (10-12 դաս.), հանրապետական փուլի լուծումներ

1.1.1. Վեներայի մեծ կիսառանցքը կգտնենք առավելագույն էլոնգացիայից՝  $a_{\ominus} = a_{\oplus} \sin \beta_{\ominus}$ : Պտտման պարբերությունը՝  $t_{\ominus}/t_{\oplus} = (a_{\ominus}/a_{\oplus})^{3/2} = (\sin \beta_{\ominus})^{3/2}$  կապից [0.5 միավոր]: Շարժման հեռավորության համար այստեղից կստանանք.

$$d_{\ominus} = \frac{2\pi a_{\ominus}}{t_{\ominus}} t_{\varphi} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{t_{\oplus}} (\sin \beta_{\ominus})^{-1/2} t_{\varphi} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

Երկրի ուղեծրային շարժման հեռավորությունը կտրվի նմանատիպ բանաձևով, իսկ կայանի՝ Երկրի կենտրոնի նկատմամբ շարժումը  $R_{\oplus} \cos \varphi$  շառավղով շրջանագծով շարժում է  $2\pi t/T_{\oplus}$  անկյունով [0.5 միավոր]: Սկզբի և վերջի դիրքերը միացնող գիծը Երկրի շարժմանը հենց հակառակ է, քանի որ **անցումը** տեղի է ունենում արևադարձի օրը, կեսօրից առաջ և հետո՝ հավասար ժամանակներով [0.5 միավոր]: Շարժման հեռավորությունը կստացվի.

$$d_{\oplus} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{t_{\oplus}} t_{\varphi} - 2R_{\oplus} \cos \varphi \sin(\pi t_{\varphi}/T_{\oplus}) \text{ [0.5 միավոր]:}$$

1.1.2. Հարցվող անկյունը կարելի է գրել որպես  $\alpha_{\varphi} = d_{\oplus}/a_{\oplus} + (d_{\ominus} - d_{\oplus})/(a_{\oplus} - a_{\ominus})$  [0.5 միավոր], որը կարելի է պարզեցնել՝  $\alpha_{\varphi} = (d_{\ominus} - d_{\oplus} \sin \beta_{\ominus})/a_{\oplus} (1 - \sin \beta_{\ominus})$ , որտեղից էլ կստանանք

$$\alpha_{\varphi} = \frac{2\pi}{t_{\oplus}} \left( \frac{(\sin \beta_{\ominus})^{-1/2} - \sin \beta_{\ominus}}{1 - \sin \beta_{\ominus}} \right) t_{\varphi} - 2R_{\oplus} \frac{\sin \beta_{\ominus}}{(1 - \sin \beta_{\ominus})} \cos \varphi \sin(\pi t_{\varphi}/T_{\oplus})/a_{\oplus} \text{ [1 միավոր],}$$

այսինքն

$$A_{\varphi} = k_1 t_{\varphi}, \quad B_{\varphi} = k_2 \cos \varphi \sin(\pi t_{\varphi}/T_{\oplus}),$$

$$k_1 = \frac{2\pi}{t_{\oplus}} \left( \frac{(\sin \beta_{\ominus})^{-1/2} - \sin \beta_{\ominus}}{1 - \sin \beta_{\ominus}} \right), \quad k_2 = -2R_{\oplus} \frac{\sin \beta_{\ominus}}{(1 - \sin \beta_{\ominus})} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

1.1.3. Դժվար չէ հասկանալ, որ այդ հեռավորությունը տրվում է որպես

$$H_{\varphi} = R_{\oplus} (\sin \varphi \cos \varepsilon - \cos \varphi \sin \varepsilon \cos(\pi t_{\varphi}/T_{\oplus})) \text{ [1 միավոր]:}$$

1.1.4. Նախ հաշվենք, որ  $k_1/\alpha_{\odot} = 0.253 \text{ ժամ}^{-1}$  և  $k_2 = -33300 \text{ կմ}$  [0.5 միավոր], այնուհետև լրացնենք աղյուսակը [3.0 միավոր].

$\varphi$ [°]	$t_{\varphi}$	$A_{\varphi}/\alpha_{\odot}$	$B_{\varphi}$ [կմ]	$H_{\varphi}$ [կմ]
-30.5	6h24m10s	1.619	-21380	-4430
-16.9	6h26m50s	1.6302	-23860	-3310
2.6	6h29m30s	1.6415	-25040	-1410
20.1	6h31m30s	1.6499	-23630	450
33.0	6h32m10s	1.6527	-21130	1790
50.9	6h32m50s	1.6555	-15910	3490
75.4	6h31m40s	1.6506	-6350	5240
90.0	6h30m20s	1.645	0	5850

1.1.5. Եթե Էլլիպտիկայից դիտված՝ Վեներայի անցման գծի հեռավորությունը Արեգակի կենտրոնից  $h_e$  է, ապա Վեներայի հեռավորությունը Էլլիպտիկայից  $h_e(a_{\oplus} - a_{\ominus})$  է [0.5 միավոր]: Էլլիպտիկայից  $H_{\varphi}$  հեռավորությունից դիտելու դեպքում կստանանք  $h_{\varphi} = h_e - \frac{H_{\varphi}}{a_{\oplus}} \frac{\sin\beta_{\ominus}}{1-\sin\beta_{\oplus}}$  [0.5 միավոր]: Անցած անկյունային հեռավորության համար կստանանք

$$\alpha_{\varphi} = 2\sqrt{a_{\ominus}^2 - h_{\varphi}^2} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

1.1.6. Նույնացնելով 1.1.2 կետի  $A_{\varphi} + B_{\varphi}/a_{\oplus}$  արտահայտությունը 1.1.5-ի արդյունքի հետ՝ ստանում ենք

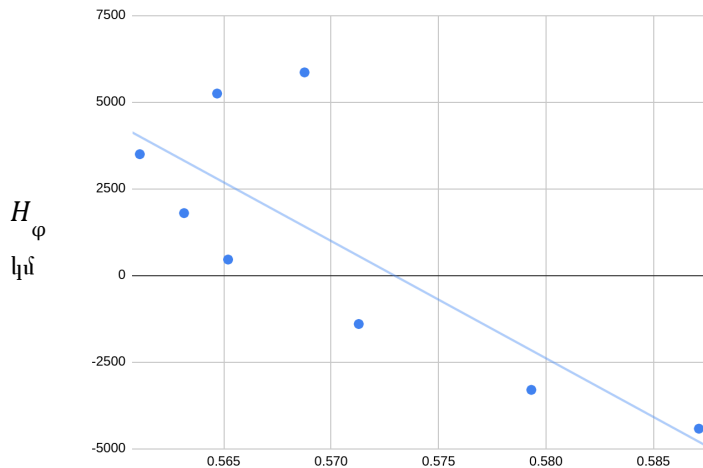
$$\sqrt{1 - (A_{\varphi} + B_{\varphi}/a_{\oplus})^2/4a_{\ominus}^2} = h_e/a_{\oplus} - \frac{H_{\varphi}}{a_{\oplus}} \frac{\sin\beta_{\ominus}}{1-\sin\beta_{\oplus}}/a_{\oplus} \text{ [0.5 միավոր],}$$

$a_{\oplus} \gg B_{\varphi}/A_{\varphi}$  վերցնելով գումարի  $B_{\varphi}$ -ով անդամը կարելի է անտեսել, ինչից հետո կետերի կախումը  $a_{\oplus}$ -ից վերանում է [0.5 միավոր]: Գծենք անհրաժեշտ կախվածության գրաֆիկը (սկ.1) [1+1 միավոր]: Դրա  $\gamma$  թեքությունը կլինի  $-\alpha_{\oplus} a_{\oplus} (1 - \sin\beta_{\oplus})/\sin\beta_{\oplus}$  մեծությունը [0.5 միավոր]: Այն կարելի է գնահատել՝  $\gamma \sim -3 \cdot 10^6$  կմ [0.5 միավոր]: Այստեղից կգտնենք

$$R_{\oplus} = a_{\oplus} \alpha_{\oplus} = \gamma \frac{\sin\beta_{\oplus}}{1-\sin\beta_{\oplus}} \approx [7\sim 8] \cdot 10^6 \text{ կմ [0.5 միավոր]:}$$

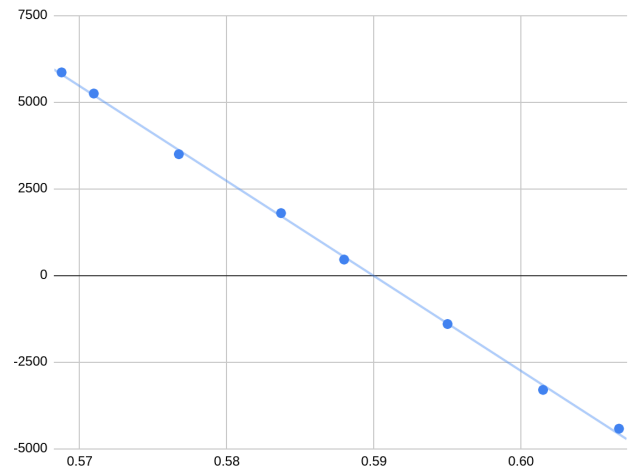
1.1.7. Եթե նույն գրաֆիկը գծենք իրական  $B_{\varphi}$ -ներով և  $R_{\oplus}$ -ի՝ 1.1.6 կետում ստացված արժեքով (սկ.2) [1+1 միավոր], այն արդեն կլինի բավականաչափ գծային [0.5 միավոր], և այդտեղի  $\gamma = -2.8 \cdot 10^6$  կմ թեքությունից [0.5 միավոր] կգտնենք

$$a_{\oplus} = \gamma \frac{\sin\beta_{\oplus}}{1-\sin\beta_{\oplus}}/\alpha_{\oplus} = 1.6 \cdot 10^8 \text{ կմ [0.5 միավոր]:}$$



$$\sqrt{1 - (A_{\varphi}/\alpha_{\oplus})^2/4}$$

Սկ.1



$$\sqrt{1 - (A_{\varphi}/\alpha_{\oplus} + B_{\varphi}/R_{\oplus})^2/4}$$

Սկ.2

1.2.1. Երկու միացումների  $n$  համարների տարբերությունը կարելի է որոշել  $\Delta n = \Delta t/T$  կապից: Քանի որ թվերը ճշտորոշ չեն, անհրաժեշտ է օգտագործել միայն «մոտ հարևան» չափումների տվյալները,  $\Delta n$ -ի

արժեքը անհրաժեշտ է կլորացնել մինչև մոտակա ամբողջ թիվը, իսկ  $T$ -ի համար 40 ժամ արժեքը օգտագործելիս՝ կլորացնել ներքև, քանի որ  $T$ -ն 40 ժամից ավել է [0.5 միավոր]: Կօգտվենք 2-6 չափումներից (կարելի է օգտագործել նաև 9-13 կամ 16-20 տիրույթներից): Հարևանների միջև համարների  $\Delta n$  տարբերություններ համար կգտնենք  $\Delta n_{2-3} = 5, \Delta n_{3-4} = 4, \Delta n_{4-5} = 5, \Delta n_{5-6} = 5$  արժեքները [0.5 միավոր]:  $T$ -ն ուղղակի կարելի է որոշել՝  $T = (t_6 - t_2)/(n_6 - n_2) = 42.6486$  ժամ [0.5 միավոր], ինչից հետո կարելի է հաշվել մյուս բոլոր  $n$ -երի արժեքները [2 միավոր]:

$t$	$n$	$\delta t$ [վրկ.]	$t$	$n$	$\delta t$ [վրկ.]
23d 00h 27m 40s	0	0	262d 22h 14m 50s	135	886
47d 21h 30m 40s	14	-98	270d 00h 50m 30s	139	884
56d 18h 45m 00s	19	-112	280d 16h 43m 40s	145	870
* 63d 21h 20m 40s	23	-115	328d 16h 10m 50s	172	673
72d 18h 35m 20s	28	-108	410d 09h 50m 40s	218	77
81d 15h 50m 10s	33	-89	445d 22h 46m 00s	238	-89
124d 07h 27m 40s	57	136	453d 01h 21m 30s	242	-102
209d 14h 45m 20s	105	745	* 461d 22h 35m 50s	247	-108
248d 17h 03m 30s	127	876	470d 19h 50m 30s	252	-102
255d 19h 39m 10s	131	884	481d 11h 44m 20s	258	-79

1.2.2. Դիմակայության արժեքները օգտագործելով՝ պարբերության ճշտված արժեքի համար ստանում ենք  $T = (t_{18} - t_4)/(n_{18} - n_4) = 42.64845$  ժամ [1 միավոր], որից հետո ժամանակի շեղումները կորոշվեն  $\delta t_i = t_i - t_1 - T(n_i - n_1)$  կապից (տես արժեքները աղյուսակում [2 միավոր]):

1.2.3.  $\delta t$ -ի՝ երկու դիմակայությունների արդյունքներին նայելով տեսնում ենք, որ դուրս չենք եկել ի սկզբանե ունեցած 10 վրկ. սխալի սահմաններից, ինչը այդպես չէր լինի, եթե օգտագործած լինեինք  $T$ -ի՝ 1.2.1 կետում ստացված արժեքը:  $\delta t$  շեղումը առաջանում է լույսի ուշացման պատճառով, և մաքսիմալն է՝ երկիր-Արեգակ-Յուպիտեր միացման, մինիմալը՝ դիմակայության ժամանակ, դրանց տարբերություն էլ ցույց է տալիս, թե ինչքան ժամանակում է լույսը անցնում 2 մ.մ. հեռավորությունը [1 միավոր]: Միացման ժամանակահատվածը նույնպես առկա է աղյուսակում (10-12 չափումները) [0.5 միավոր]: Լույսի արագության համար ստանում ենք

$$c = \frac{2 \text{ մ.մ.}}{\delta t_{\max} - \delta t_{\min}} = 7.2 \text{ մ.մ./ժամ} [0.5 \text{ միավոր}]:$$

1.3.1. Աստղի պայծառությունը որոշվում է  $E = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4 / 4\pi r^2 = \sigma \alpha^2 T^4$  բանաձևով [0.5 միավոր]: Համեմատելով աստղը Արեգակի հետ, կստանանք  $E/E_{\odot} = \alpha^2 T^4 / \alpha_{\odot}^2 T_{\odot}^4 = 10^{0.4(m_{\odot} - m)}$  [0.5 միավոր]: Օգտագործելով Վիսի շեղման օրենքը, ըստ որի  $T/T_{\odot} = \lambda_{\odot} / \lambda$  [0.5 միավոր], կստանանք

$$\alpha = \alpha_{\odot} (\lambda / \lambda_{\odot})^2 \cdot 10^{0.2(m_{\odot} - m)} [0.5 \text{ միավոր}]:$$

1.3.2. Ցեֆեիդի մակերևույթի արագությունը տրվում է  $v = cz$  կապով [0.5 միավոր]: Դրա միջին արժեքը՝  $\bar{v} = c(z_1 t_1 + z_2 t_2) / (t_1 + t_2)$  կլինի աստղի սեփական արագությունը [0.5 միավոր]: Ծառավորի փոփոխությունը կտրվի  $\Delta R = (cz_1 - \bar{v}) t_1$  առնչությամբ [0.5 միավոր],

$$\Delta R = c(z_1 - z_2) \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

1.3.3. Հեռավորությունները կորոշվեն  $\alpha_{max} - \alpha_{min} = \Delta R/d$  պայմանից [0.5 միավոր],

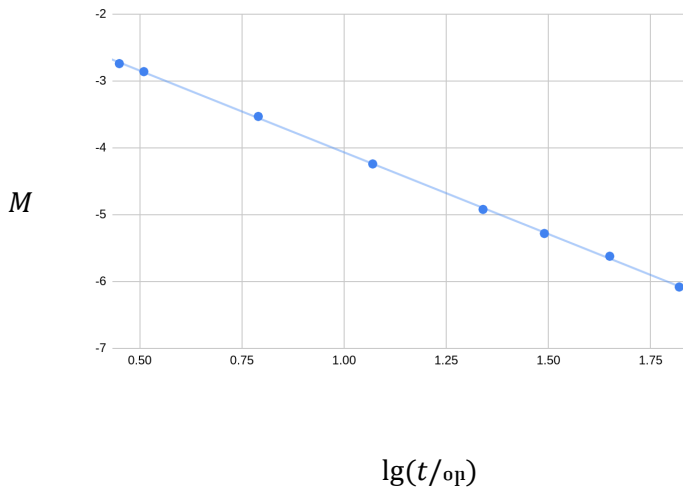
$$d = \left( c\lambda_{\odot}^2 / \alpha_{\odot} 10^{0.2m_{\odot}} \right) \cdot (z_1 - z_2) \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} / \left( \lambda_{max}^2 10^{-0.2m_{max}} - \lambda_{min}^2 10^{-0.2m_{min}} \right) \text{ [1 միավոր]:}$$

Բացարձակ աստղային մեծության համար՝  $M = m + 5 - 5 \lg d/\text{պկ} = m - 10 - 5 \lg d/\text{պկ}$  [0.5 միավոր]:

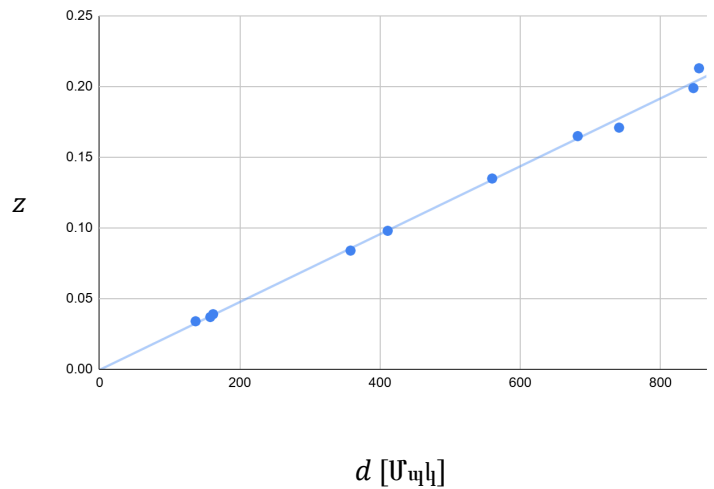
Հաշվելով, որ  $c\lambda_{\odot}^2 / \alpha_{\odot} 10^{0.2m_{\odot}} = 2.18 \cdot 10^{15} \text{ ա.մ.} \cdot \text{նմ}^2/\text{օր} = 1.06 \cdot 10^7 \text{ կպկ} \cdot \text{նմ}^{-2}/\text{օր}$  [0.5 միավոր], աղյուսակում լրացնենք  $d$ -ի [2 միավոր] և  $M_{min}$ -ի [1 միավոր] արժեքները.

$\Delta z [10^{-6}]$	$t_1 [\text{օր}]$	$t_2 [\text{օր}]$	$\lambda_{max} [\text{նմ}]$	$m_{max}$	$\lambda_{min} [\text{նմ}]$	$m_{min}$	$d [\text{կպկ}]$	$M_{min}$	$\lg(t/\text{օր})$
41	16.18	5.71	618	8.090	514	7.441	2.96	-4.92	1.34
157	4.99	1.20	671	9.468	544	8.777	2.90	-3.53	0.79
53	34.57	10.12	646	6.612	540	6.067	2.17	-5.62	1.65
56	21.06	9.77	637	8.530	532	8.000	4.52	-5.28	1.49
137	2.49	0.78	607	8.756	507	8.161	1.60	-2.86	0.51
38	48.50	18.03	630	8.081	504	7.371	4.90	-6.08	1.82
203	2.02	0.83	631	9.918	539	9.486	2.79	-2.74	0.45
74	8.78	2.99	655	8.880	523	8.091	2.93	-4.24	1.07

1.3.4.  $A$ -ն և  $B$ -ն գտնելու համար անհրաժեշտ է կառուցել  $M$ -ի՝  $\lg(t/\text{օր})$ -ից կախված գրաֆիկը: Կառուցելով [1+1 միավոր] և կետերը գծով մոտարկելով (նկ.3)՝ կստանանք  $A = -1.62$  և  $B = -2.44$  [1 միավոր]:



Նկ.3



Նկ.4

1.4.1. Գերնորի բացարձակ աստղային մեծության համար պարզապես կարելի է գրել  $M_s = m_s + M_c - m_c$  [0.5 միավոր], և լրացնել աղյուսակը օգտվելով  $M_c(t_c)$  կապից [1 միավոր]: Տեսնում ենք, որ բնութագրական  $M_s$  մեծությունը  $-19.4^m$  կարգի է [0.5 միավոր]: Կարելի է նաև նկատել, որ այստեղ արդեն գործ ունենք Մեգապարսեկների կարգի հեռավորությունների հետ:

$m_s$	$m_c$	$t_c$ [օր]	$M_s$
12.04	27.06	14.9	-19.49
8.93	23.09	30.2	-19.38
9.57	25.64	5.2	-19.43
8.71	23.28	22.2	-19.46
9.22	24.64	8.9	-19.35

1.4.2. Ամեն գերնորի  $d$  հեռավորությունը որոշելու համար կարելի է օգտվել  $M_s = m_s - 25 - 5 \lg d / \text{Մպկ}$  կապից, ստանալով  $d = 10^{0.2(m_s - M_s) - 5} \text{Մպկ}$ , որտեղ  $M_s$ -ը նախորդ կետում ստացված՝ գերնորի բացարձակ աստղային մեծության միջին արժեքն է [0.5 միավոր]: Կառուցելով  $z$ -ի կախումը  $d$ -ից (նկ.4) [1.25+1.25 միավոր], տեսնում ենք գծայինին մոտ վարք՝  $\gamma = 2.4 \cdot 10^{-4} \text{Մպկ}^{-1}$  թեքությամբ [0.5 միավոր]: Չարվի հաստատունը այդտեղից կստացվի

$$H = c\gamma = 72 \text{ կմ/վ} \cdot \text{Մպկ} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

$m_s$	$z$	$d$ [Մպկ]	$m_s$	$z$	$d$ [Մպկ]
19.77	0.165	682	19.34	0.135	560
19.95	0.171	741	16.65	0.039	162
20.26	0.213	855	16.29	0.034	137
18.37	0.084	358	20.24	0.199	847
18.67	0.098	411	16.60	0.037	158

2.1. Կարելի է տեսնել, որ առաջին մոլորակի՝ մոլորակները միացնող գծին ուղղահայացի հետ կազմած անկյունը  $\pi - \alpha - \beta$  է, իսկ երկրորդինը՝  $\beta$  [0.5 միավոր]: Արագությունների պրոյեկցիաների համար կստանանք՝  $v_{1\perp} = v_1 \cos(\alpha + \beta)$  և  $v_{2\perp} = v_2 \cos \beta$ : Չափի առնելով, որ  $v_1/v_2 = \sqrt{R_2/R_1} = \sqrt{k}$  [0.5 միավոր], կստանանք

$$v_{1\perp}/v_{2\perp} = \sqrt{k}(\cos \alpha - \sin \alpha \tan \beta) \text{ [0.5 միավոր]:}$$

2.2. Դիտարկելով մոլորակներով և Արեգակով կազմված եռանկյունը՝ կարելի է նկատել, որ  $\tan \beta = R_1 \sin \alpha / (R_2 - R_1 \cos \alpha) = \sin \alpha / (k - \cos \alpha)$  [0.5 միավոր], որն էլ տեղադրելով 2.1 կետի պատասխանի մեջ կստանանք

$$v_{1\perp}/v_{2\perp} = \sqrt{k}(k \cos \alpha - 1)/(k - \cos \alpha) \text{ [0.5 միավոր]:}$$

2.3. Չեղնթաց շարժման սկզբին/վերջին համապատասխանող  $\alpha$ -ի համար  $v_{1\perp}/v_{2\perp} = 1$  [0.5 միավոր]: Լուծելով հավասարումը, կստանանք

$$\cos \alpha = \frac{k+k^{1/2}}{k^{3/2}+1} \text{ [0.5 միավոր]:}$$

2.4. Չեղնթաց շարժման տևողությունը համեմատական է  $\alpha$ -ին [0.5 միավոր]: Մարսի և Երկրի համար տեղադրելով  $k_{\oplus} = R_{\oplus}/R_{\oplus}$  և  $k_{\text{Մարս}} = R_{\text{Մարս}}/R_{\oplus}$  հարաբերությունները, Մերկուրիի հետընթաց շարժման սկզբի/վերջի  $\alpha$  անկյունները կլինեն  $\alpha_{\oplus} = 35^\circ 6$  և  $\alpha_{\text{Մարս}} = 47^\circ 8$  [0.5 միավոր]: Չարցվող մեծությունը կլինի

$$\alpha_{\text{Մարս}}/\alpha_{\oplus} - 1 = 34\% \text{ [0.5 միավոր]:}$$