

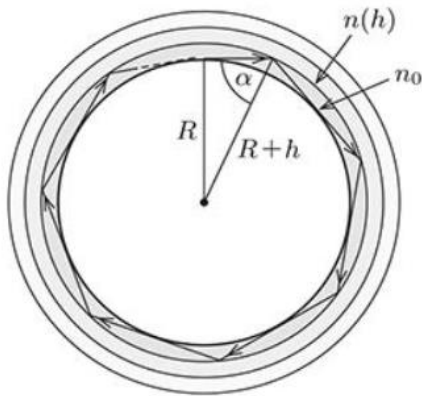
- Գնդաձև մոլորակի մթնոլորտի բեկման ցուցիչը, կախված մոլորակի մակերևույթից ունեցած բարձրությունից, փոխվում է հետևյալ կերպ.

$$n(h) = \frac{n_0}{1 + \varepsilon h}$$

որտեղ n_0 -ն և ε -ն հաստատուններ են: Կամայական բարձրության վրա հորիզոնական ուղղությամբ արձակված ճառագայթի ուղեծիրը իրենից ներկայացնում է շրջանագիծ (վերադառնում է ելման կետ, եթե հաշվի չառնենք մթնոլորտի կլանումը): Գտնել մոլորակի շառավիղը: **2 միավոր**

Լուծում. Ենթադրենք, որ մթնոլորտը բաղկացած է $h \ll R$ հաստությամբ շերտերից, որոնցից յուրաքանչյուրում բեկման ցուցիչը մնում է հաստատուն, լինելով տարբեր հարևան շերտերի բեկման ցուցիչներից, համաձայն բերված առնչության: Այս դեպքում կունենանք հետևյալ պատկերը,

$$\frac{1}{n_0} \frac{n_0}{1 + \varepsilon h} = \frac{n(h)}{n_0} = \sin \alpha = \frac{R}{R + h}.$$



որից անմիջապես հետևում է $R = 1/\varepsilon$: Խնդիրը կարելի է լուծել նաև օգտագործելով լույսի տարածմանը վերաբերող Ֆերմայի կամ Հյուգենսի սկզբունքները:

• Ենթադրենք, արտասարեգակնային մոլորակներից մեկի՝ Էկզո-Երկրի մթնոլորտը բաղկացած է հիմնականում ազոտից և թթվածնից, իսկ մթնոլորտային ճնշումը հավասար է երկնայինին՝ 1 մթն ≈ 101.3 կՊա: Երկու մոլորակների գիտնականները ուսումնասիրելով մթնոլորտների ֆիզիկա-քիմիական հատկությունները ստացան հետևյալ արդյունքները: Երկու մոլորակների դեպքում էլ՝ ա/հեղուկ ազոտի և հեղուկ թթվածնի եռման կետերը հավասար են 77.4 Կ և 90.2 Կ համապատասխանաբար

բ/«տեղական» մթնոլորտը իզոթերմիկ եղանակով 77.4 Կ ջերմաստիճանում սեղմելիս, հեղուկացումը սկսվում է միննույն 113 կՊա ճնշման տակ, սակայն Երկրի վրա առաջինը սկսվում է թթվածնի, իսկ Էկզո-Երկրի վրա՝ ազոտի հեղուկացումը:

Ինչպիսի՞ն է Էկզո-Երկրի մթնոլորտի քիմիական բաղադրությունը:

Ինչպիսի՞ն պետք է լինի քիմիական բաղադրությունը, որպեսզի ազոտի և թթվածնի հեղուկացումը 77.4 Կ ջերմաստիճանում, իզոթերմիկ սեղմման դեպքում, սկսվի միաժամանակ: **3 միավոր**

Լուծում.

ա) 77.4 Կ ջերմաստիճանի դեպքում (այսինքն՝ ազոտի եռման կետում), ազոտի հազեցված գոլորշու ճնշումը 1 մթն = 101.3 կՊա է, իսկ թթվածնի հազեցած ճնշումը դառնում է 1 մթն ավելի բարձր՝ 90.2 Կ ջերմաստիճանում: Երկրի վրա թթվածնի և ազոտի մոլային հարաբերությունը մոտավորապես 1:4 է:

Երկու բաղադրիչների մասնակի /պարջիալ/ ճնշումների հարաբերությունը նույնպես շատ մոտ կլինի այս նիշին, քանի որ մինչև հեղուկացման պրոցեսը գազի յուրաքանչյուր բաղադրիչը կարելի դիտարկել որպես իդեալական գազ: Այսպիսով, երբ Երկրի վրա թթվածնի հեղուկացումը սկսվում է 113 կՊա ճնշման վրա, դրա մեկ հինգերորդը, այսինքն 22.6 կՊա, պայմանավորված է թթվածնի մասնակի ճնշմամբ, որը, միննույն ժամանակ, թթվածնի հազեցած գոլորշու ճնշումն է 77.4 Կ ջերմաստիճանում:

Նմանապես հետևում է, որ այս պայմաններում ազոտի ճնշումը 113 կՊա - 22.6 կՊա = 90.4 կՊա է, ինչը ցածր է ազոտի հազեցած գոլորշու ճնշումից, որն այս ջերմաստիճանում /ազոտի եռման կետում - 77.4 Կ/ ունի 101 կՊա արժեք: Հետևաբար, ազոտը չի հեղուկացվի այս ճնշման դեպքում:

Հետագա սեղմման ընթացքում թթվածնի մասնակի ճնշումը արդեն չի փոխվում, իսկ ազոտի ճնշումը բարձրանում է 90.4 կՊա-ից մինչև 101 կՊա: Այս վերջին արժեքին ճնշումը կհասնի այն ժամանակ, երբ ծավալը կկրճատվի $(90.4 / 101) \approx 0.9$ գործակցով:

Դրանից հետո ընդհանուր ճնշումը մնում է անփոփոխ (22.6 կՊա + 101 կՊա ≈ 124 կՊա), մինչև հեղուկացման ավարտը: Էկզո-Երկրի վրա ազոտի հեղուկացումը, հաստատուն 77.4 Կ ջերմաստիճանում տեղի է ունենում 113 կՊա ճնշման տակ: Հետևաբար, այս վիճակում ազոտի մասնակի ճնշումը 101 կՊա է, իսկ թթվածնինը՝ 113 կՊա - 101 կՊա = 12 կՊա:

Երկու բաղադրիչների մասնակի ճնշումների հարաբերությունը մոտավորապես հավասար է իրենց մոլային հարաբերությանը. $12/101 \approx 1/9$ և հետևաբար, Էկզո-Երկրի վրա մթնոլորտի մոտ 10% -ը թթվածին է, իսկ մնացածը ` ազոտ:

բ) Նախորդի հիման վրա մենք տեսնում ենք, որ 77,4 Կ հաստատուն ջերմաստիճանի և 124 կՊա ճնշման դեպքում երկու գազերն էլ հեղուկ են: Երկու բաղադրիչները սկսում են հեղուկացվել միաժամանակ, եթե դրանց մոլային հարաբերությունը հավասար է հազեցված գոլորշու ճնշումների հարաբերությանը, որը հավասար է $22.6 / 101 \approx 2/9$

Սա նշանակում է, որ եթե թթվածին/ազոտ հարաբերությունը մոտ 2:9 է, ապա իզոթերմիկ սեղմման ժամանակ երկու գազերն էլ միաժամանակ են հեղուկացվում:

- Հնում Յուպիտերի և Սատուրնի միացումները անվանում էին «մեծ»: Հաշվել այդ միացումների միջին պարբերությունը և մոլորակների միջին անկյունային տեղաշարժը երկու հաջորդական միացումների միջև:

Մոտակա մեծ միացումը տեղի կունենա 2020թ. դեկտեմբերի 21-ին, արևելյան 30.3° էլոնգացիայի դեպքում: Ո՞ր համաստեղությունում կդիտվի այն:

Ըստ Կեպլերի, երբեմն մեկ տարվա ընթացքում մեծ միացումները կարող են դիտվել 3 անգամ, ինչպես դա եղել մ.թ.ա. 7-րդ տարում: Ո՞ր համաստեղությունում է այն դիտվել: Ո՞ր համաստեղությունում է գտնվել Արեգակը այդ շարքի երկրորդ միացման ժամանակ: Մոլորակների սիդերիկ պարբերությունները ընդունել հավասար 11.862տ և 29.458տ: **5 միավոր**

Լուծում.

- Որևէ X մոլորակի սինոդիկ պարբերությունը կապված է նույն մոլորակի և Երկրի սիդերիկ պարբերությունների հետ .

$$\frac{1}{S_x} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_x}$$

Մեծ միացումների միջև միջին ժամանակային միջակայքը կապված է սինոդիկ պարբերությունների հետ.

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{S_{\uparrow}} - \frac{1}{S_{\downarrow}}$$

Օգտվելով բերված առնչություններից կստանանք $P = 19.86$ տարի: Մոլորակների միջին անկյունային տեղաշարժը երկու հաջորդական միացումների միջև դեպի արևելք կկազմի.

$$\Omega = \frac{P}{T_x} \cdot 360^\circ = \left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{T_{\downarrow}} \cdot 360^\circ = \frac{19.86}{11.86} \times 360^\circ = 602.7^\circ \\ \frac{P}{T_{\uparrow}} \cdot 360^\circ = \frac{19.86}{29.46} \times 360^\circ = 242.7^\circ \end{array} \right\} \equiv 242.7^\circ$$

- 21.12.2020թ. Արեգակի խավարածրային երկայնությունը հավասար է 270° , հետևաբար մոլորակները կդիտվեն մոտավորապես 300° երկայնության վրա՝ Ադեղնավորի և Այծեղջուրի սահմանին:

- Մ.թ.ա. 7թ.-ից մինչև 2020թ. մեծ միացումների միջին միջակայքերի թիվը հավասար է.

$$n = \left\lfloor \frac{2020 + 7}{P} \right\rfloor = 102$$

Այստեղից, կստանանք, որ մ.թ.ա. 7թ. միացման ժամանակ մոլորակների խավարածրային երկայնությունը կազմել է

$$\lambda - n\Omega = 300^\circ - 242.7^\circ \times 102 = -24455^\circ \equiv 25^\circ$$

Հետևաբար , մոլորակները գտնվում են Ձկների համաստեղությունում:

Մեկ տարում երեք միացում կարող է դիտվել միայն մոլորակների հակընթաց շարժման ընթացքում: Հետևաբար, երկրորդ միացման ժամանակ նրանք գտնվում են դիմակայության մեջ և, համապատասխանաբար, Արեգակը կգտնվի Ձկների դիմաց՝ Կույսի համաստեղությունում:

Գնահատել հավանականությունը այն բանի, որ մոտակա 10000 տարիների ընթացքում կամայական որևէ պահին, Երկրի որևէ կետից հնարավոր է դիտել *Leo* աստղի (J2000.0: 11^h 23^m 56^s, 10°31'46") ծածկումը Լուսնի կողմից: **5 միավոր**

Լուծում: Նախ որոշենք, արդյո՞ք սկզբունքորեն հնարավոր է տվյալ աստղի ծածկումը Լուսնի կողմից: Որոշենք աստղի խավարածրային լայնությունը, հաշվի առնելով, որ այն գտնվում է աշնանային գիշերահավասարի կետի մոտ.

$$\begin{aligned} \beta &= \delta \cos \varepsilon + (\alpha - 12^h) \sin \varepsilon = \\ &= 10^\circ 31' 46'' \cos 23.44^\circ - (12^h - 11^h 23^m 56^s) \sin 23.44^\circ = \\ &= 10.529^\circ \cos 23.44^\circ - 9.017^\circ \sin 23.44^\circ = +6.07^\circ. \end{aligned}$$

Կամ, ավելի ճշգրիտ

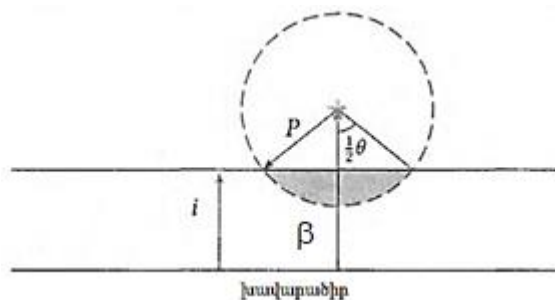
$$\beta = \arcsin(\sin \delta \cos \varepsilon - \cos \delta \sin \varepsilon \sin \alpha) = +6.11^\circ$$

Ծածկումը կարող է դիտվել, եթե աստղի և Լուսնի միջև երկրակենտրոն անկյունային հեռավորությունը չի գերազանցում Լուսնի անկյունային շառավղի և օրական պարալաքսի գումարին.

$$P = \rho_{\zeta} + \pi_{\zeta} = 0.26^\circ + 0.95^\circ = 1.21^\circ.$$

Հաշվի առնելով, որ Լուսնի ուղեծրի հակումը խավարածրի նկատմամբ կազմում է $i = 5.15^\circ$, ապա կարելի է եզրակացնել, որ ծածկումը հնարավոր է ($5.15 + 1.21 > 6.11$):

Քանի որ լուսնահանգույցների պրեցեսիայի պարբերությունը՝ 18.6տ, էականորեն փոքր է դիտարկվող 10000տ ժամանակահատվածից, ապա կարելի է համարել, որ այդ ժամանակահատվածում Լուսնի կենտրոնը հավասարաչափ բաշխված է խավարածրային $[-i, +i]$ լայնություններով գոտու մեջ:



Այսպիսով, որոնվող հավանականության որոշման խնդիրը բերվում է նկարում ստվերագծված մակերեսի և վերը նշված գոտու մակերեսների հարաբերության որոշմանը.

$$\Phi = \frac{S_1}{S} = \frac{P^2 (\theta - \sin \theta)}{4 \times 360^\circ \times i}$$

- Հայտնի է, որ Երկրի և Լուսնի միջև գործող մակընթացային ուժերի պատճառով Լուսնի առանցքային պտույտը սինխրոնիզացվել է ուղեծրային պտույտի հետը: Նույն պատճառով Երկրի պտույտն իր առանցքի, և Լուսնի ուղեծրային արագությունը շարունակաբար դանդաղում են :

ա) գնահատեք Երկրի և Լուսնի կինետիկ էներգիաների նվազման տեմպերի հարաբերությունը:

բ) Apollo ծրագրի ընթացքում (թռիչքներ 11, 14 և 15), Լուսնի վրա տեղադրվեցին ռետրո-ռեֆլեկտորներ, որոնց օգնությամբ կատարված չափազանց ճշգրիտ լազերային չափումների շնորհիվ պարզվեց, որ Լուսին - Երկրի հեռավորությունը տարեկան աճում է 3.8 սմ: Գնահատեք Երկրի օրվա տևողության փոփոխությունը տարվա ընթացքում:

գ) մակընթացային ուժերի հետագա ազդեցության արդյունքում, բավականաչափ երկար ժամանակ հետո, երկու մարմինների ուղեծրային և առանցքային պտույտները ամբողջովին կսինխրոնիզացվեն և Երկիրը նույնպես միշտ նույն դեմքով ուղղված կլինի Լուսնին: Որքա՞ն կլինեն երկրային օրը և Երկիր-Լուսին հեռավորությունը նման սինխրոնիզացիայի արդյունքում: Երկրի իներցիայի մոմենտը ընդունել հավասար $8.04 \cdot 10^{37}$ կգ·մ²: **5 միավոր**

Լուծում:

- Մեծատառերով նշանակենք Երկրին, փոքրատառերով՝ Լուսնին վերաբերող մեծությունները, իսկ L – ով Երկիր-Լուսին հեռավորությունը: Ընդունենք, որ Երկիր-Լուսին համակարգը փակ համակարգ է, որտեղ պտույտի մոմենտը մնում է հաստատուն:

$$J_{\text{total}} = J_{\text{spin}}^{\text{Earth}} + J_{\text{orbital}}^{\text{Earth}} + J_{\text{spin}}^{\text{Moon}} + J_{\text{orbital}}^{\text{Moon}} = \text{constant.}$$

$$J_{\text{total}} = I^{\text{Earth}}\Omega + M \left(\frac{m}{m+M}L \right)^2 \omega + I^{\text{Moon}}\omega + m \left(\frac{M}{m+M}L \right)^2 \omega$$

Քանի որ երկրորդ և երրորդ անդամները շատ փոքր են, ապա

$$J_{\text{total}} \approx I^{\text{Earth}}\Omega + mL^2\omega = \text{constant.}$$

$$G \frac{mM}{L^2} = m \frac{M}{m+M} L\omega^2. \quad L^3\omega^2 = G(m+M) = \text{constant,}$$

Կեպլերի երրորդ օրենքից հետևում է.

$$3L^2\omega^2\Delta L + 2L^3\omega\Delta\omega = 0 \quad \Delta\omega = -\frac{3\omega}{2L}\Delta L.$$

Պտույտի մոմենտի պահպանման օրենքից հետևում է

$$\Delta\Omega = -\frac{mL\omega}{2I^{\text{Earth}}}\Delta L.$$

Քանի որ մեծ ճշտությամբ տեղի ունեն

$$E_{\text{kinetic}}^{\text{Earth}} \approx \frac{1}{2} I^{\text{Earth}} \Omega^2, \quad E_{\text{kinetic}}^{\text{Moon}} \approx \frac{1}{2} m L^2 \omega^2.$$

Ապա,

$$\Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Earth}} = I^{\text{Earth}} \Omega \Delta \Omega,$$

$$\Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Moon}} = m L \omega^2 \Delta L + m L^2 \omega \Delta \omega.$$

$$\Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Earth}} = -\frac{1}{2} m L \omega \Omega \Delta L, \quad \Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Moon}} = -\frac{1}{2} m L \omega^2 \Delta L.$$

Այստեղից հետևում է պարզ և հետաքրքիր հետևյալ արդյունքը՝

$$\frac{\Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Earth}}}{\Delta E_{\text{kinetic}}^{\text{Moon}}} = \frac{\Omega}{\omega} = 27.3.$$

• Երկրի առանցքային պտույտի փոփոխման արդյունքում օրվա տևողության աճը կարելի գնահատել հետևյալ կերպ՝

$$\Delta T^{\text{Earth}} = \frac{2\pi}{\Omega + \Delta \Omega} - \frac{2\pi}{\Omega} \approx -\frac{2\pi}{\Omega^2} \Delta \Omega. \quad \Delta T^{\text{Earth}} = \frac{\pi m L \omega}{I^{\text{Earth}} \Omega^2} \Delta L.$$

Պատ՝ 21մկվ

• Զրո ինդեքսով նշանակենք սինխրոնիզացման ավարտից հետո մեծությունների նոր արժեքները: Պտույտի պահպանման և Կեպլերի երրորդ օրենքներից

$$I^{\text{Earth}} \Omega + m L^2 \omega = I^{\text{Earth}} \omega_0 + m L_0^2 \omega_0, \quad L^3 \omega^2 = L_0^3 \omega_0^2.$$

ունենք

$$I^{\text{Earth}} \Omega + m L^2 \omega = I^{\text{Earth}} \omega_0 + m L^2 \frac{\omega^{4/3}}{\omega_0^{1/3}}.$$

Արհամարհելով ձախ մասի առաջին փոքր անդամը, կստանանք

$$\omega_0 \approx \omega^4 \left(\frac{I^{\text{Earth}} \Omega}{m L^2} + \omega \right)^{-3}.$$

$$T_0^{\text{Earth}} = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx 47 \text{ օր}$$

$$\frac{L_0}{L} = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2/3} \approx 1.45.$$