

Պատանի մաթեմատիկոս օլիմպիադա- 2015թ.

5-րդ դասարան

1. A և B տատերը փոխարինել թվերով այնպես, որ ստացվի ճիշտ հավասարություն
AAAA+BBB+AA-B=2112

Լուծում: A - ն չի կարող լինել 2 կամ ավելի մեծ թիվ, քանի որ այդ դեպքում գումարը կլիներ մեծ 2222 –ից: Հետևաբար A=1: Կունենանք՝ 1111+ BBB +11-B = 2112:
BBB – B = BB0: Ուրեմն՝ 1122 + BB0 = 2112 => BB0 = 2112 – 1122, կամ
BB0 = 990: Այսինքն՝ B = 9:

Պատ՝ A = 1, B = 9

2. Արամի մոտ եկան իր դասընկերները: Արամի մայրիկը հարցրեց թե քանի՞ հոգի են եկել: Արամը պատասխանեց. <<Վեցից ավելի>>, իսկ Արամի քույրիկն ասաց. <<Հինգից ավելի>>: Քանի՞ հյուր եին եկել, եթե հայտնի է, որ պատասխաններից մեկը ճիշտ է, իսկ մյուսը՝ ոչ:

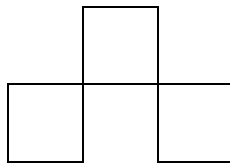
Լուծում: Եթե Արամի պատասխանը լիներ ճիշտ, ապա հյուրերի քանակը կլիներ 6-ից ավելի, հետևաբար նաև 5-ից ավելի: Այսինքն Արամի քույրիկի պատասխանը նույնպես կլիներ ճիշտ: Մեզ հայտնի է, որ պատասխաններից մեկը ճիշտ է, մյուսը՝ ոչ: Հետևաբար Արամի պատասխանը սխալ է, իսկ քույրիկի պատասխանը ճիշտ: Ուրեմն հյուրերի քանակը վեցից ավել չէ, բայց հինգից ավելի է: Ուրեմն հյուրերի քանակը վեցն է:

Պատ՝ 6

3. Չորս քառակուսիներից /տես նկարը/ ինչպե՞ս տեղափոխել երեք փայտիկներ, որպեսզի ստացվի երեք քառակուսի: Կատարել գծագիր:



Լուծում: Տես նկարը՝



4. 5314079 յոթանիշ թվի մեջ ջնջել չորս թվանշան այնպես, որ ստացվի հնարավոր ամենափոքր եռանիշ թիվը: Գրել ստացված թիվը:

Լուծում: Ամենափոքր եռանիշ թիվը 100-ն է: Ուրեմն 5314079 թվի մեջ 5-ը և 3-ը պետք է ջնջել, որ մնա 1-ով սկսվող եռանիշ թիվ: 4-ը պետք է ջնջել, քանի որ 140-ը ավելի մեծ է, քան 107-ը կամ 109-ը: Պետք է ջնջել նաև 9-ը, քանի որ 107 < 109:

Պատ՝ 107

5. 260 ընկույզը բաժանել երկու խմբի այնպես, որ եթե փոքր քանակով խմբի ընկույզների թիվը մեծացնենք 4 անգամ, իսկ մեծ քանակով խմբի ընկույզների թիվը փոքրացնենք 3 անգամ, ապա ստացվեն իրար հավասար:

Լուծում: Եթե մեծ քանակով խմբի ընկույզների թիվը չփոքրացնենք 3 անգամ, այլ փոքր քանակով խմբի ընկույզների թիվը մեծացնենք 4 անգամ, այնուհետև 3 անգամ, ապա կստանանք մեծ քանակով խմբի ընկույզների քանակը: Այսինքն մեծ քանակով խմբի ընկույզների թիվը 12 անգամ ավել է, քան փոքր քանակով խմբի ընկույզներինը : Եթե փոքր քանակով խումբը համարենք 1 մաս, ապա մեծ քանակով խումբը կլինի 12 մաս: Այսինքն 260-ը 13 մաս է: Հետևաբար 1 մասը 260:13=20 ընկույզ է, իսկ 12 մասը 20·12=240 ընկույզ է:

Պատ՝ 20 ընկույզ, 240 ընկույզ

Պատանի մաթեմատիկոս օլիմպիադա- 2015թ.

6-րդ դասարան

1. Ի՞նչ թվանշանով է վերջանում բոլոր եռանիշ թվերի գումարը: Հիմնավորել:

Լուծում: Կա ընդամենը 900 եռանիշ թիվ: Յուրաքանչյուր տասնյակի վերջին թվանշանների գումարը ավարտվում է 5-ով, քանի որ $0+1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$: 900 եռանիշ թվերի մեջ կա 90 տասնյակ: Հետևաբար բոլոր եռանիշ թվերի գումարը կավարտվի 0-ով ($90 \times 5 = 450$):

Պատ.՝ 0

2. Արմենը տանից մինչև հարևան գյուղում բնակվող տատիկի տուն հեծանվով գնաց 2 ժամ 45 րոպե ավելի արագ, քան նույն ճանապարհը ոտքով գնաց նրա եղբայր Սուրենը: Ինչքա՞ն է երկու տների միջև եղած հեռավորությունը, եթե Արմենի արագությունը հեծանվով 15կմ/ժ է, իսկ Սուրենինը ոտքով՝ 4կմ/ժ:

Լուծում: Ենթադրենք Արմենը և Սուրենը տանից դուրս են եկել միաժամանակ: Երբ Արմենը հասավ տատիկի տուն դրանից հետո Սուրենն անցավ $2\text{ժ}45\text{ր} \times 4 = 11$ կմ: Այսինքն Արմենը Սուրենից 11 կմ ճանապարհ ավել էր անցել: Սակայն Արմենը յուրաքանչյուր ժամում Սուրենից ավել է անցնում $15 - 4 = 11$ կմ: Ուստի Արմենը տատիկի տուն էր հասել ընդամենը 1 ժամում: Հետևաբար երկու տների միջև եղած հեռավորությունը 15 կմ է:

Պատ.՝ 15 կմ:

3. AB հատվածի երկարությունը 4սմ է: AB հատվածի վրա տրված են C և D կետերն այնպես, որ AC:CD=1:2, CD:DB=2:3: Գտնել CD հատվածի երկարությունը:

Լուծում: Եթե AC հատվածն ընդունենք մեկ մաս, ապա CD-ն կլինի երկու մաս, իսկ DB-ն՝ երեք մաս: Հետևաբար ամբողջ AB հատվածը կլինի վեց մաս: Ուրեմն մեկ մասը կլինի $4/6$ սմ, իսկ երկու մասը՝ այսինքն CD-ն կլինի $2 \cdot 4/6 = 4/3$ սմ:

Պատ.՝ $4/3$ սմ:

4. Գտնել այն բոլոր եռանիշ թվերը, որոնց երկրորդ թվանշանը ջնջելուց հետո ստացված երկնիշ թիվը 12 անգամ փոքր է, քան սկզբնական եռանիշ թիվը:

Լուծում: Եռանիշ թվի և ջնջելուց հետո ստացված երկնիշ թվի վերջին թվանշանները նույնն են: Ուրեմն վերջին թվանշանը 2-ով բազմապատկելից ավարտվում է նույն թվանշանով: Հետևաբար այդ թվանշանը 0-ն է: 50, 60, 70, 80 երկնիշ թվերը 12-ով բազմապատկելիս ստացված եռանիշ թվերը սկսվում են համապատասխանաբար 6-ով, 7-ով, 8-ով, 9-ով, իսկ $90 \times 12 = 1080$ քառանիշ թիվ է: Այսպիսով, եռանիշ թիվը սկսվում է 1-ով, 2-ով, 3-ով կամ 4-ով: Ուստի այդ եռանիշ թվերն են՝ 120-ը, 240-ը, 360-ը կամ 480-ը:

Պատ.՝ 120, 240, 360 480:

5. Տաքսին տեղափոխում էր երեք ուղևոր: Պարզվեց, որ վարորդը ճանաչում է բոլորին, սակայն այդ չորսի մեջ չկան այնպիսի երեքը, ովքեր փոխադարձ ճանաչեին մեկը մյուսին: Ապացուցեք, որ ուղևորներից ոչ մի երկուսը չեն կարող ճանաչել իրար (եթե Ա-ն ճանաչում է Բ-ին, ապա Բ-ն ճանաչում է Ա-ին):

Լուծում: Եթե ուղևորներից որևէ երկուսն իրար ճանաչեին, ապա վարորդի հետ կկազմեին եռյակ, ովքեր փոխադարձ կճանաչեին մեկը մյուսին: Հետևաբար ոչ մի երկու ուղևոր իրար չեն ճանաչում:

Պատանի մաթեմատիկոս օլիմպիադա- 2015թ.

7-րդ դասարան

1. Գտնել $1*7^*$ տեսքի բոլոր քառանիշ թվերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում են 12-ի:

Լուծում: Եթե թիվը բաժանվում է 12-ի, հետևաբար այն բաժանվում է 3-ի և 4-ի: Չորսի բաժանվում են այն թվերը որոնց վերջին երկու թվանշաններով կազմված երկնիշ թիվը բաժանվում է 4-ի: Հետևաբար $1*7^*$ թվի վերջին թվանշանը 2 է կամ 6: Ուրեմն որոնելի թվերը $1*72$ կամ $1*76$ տեսքի են: Օգտվելով 3-ի բաժանելիության հայտանիշից կստանանք որոնելի թվերը՝ 1272, 1572, 1872, 1176, 1476 և 1776:

Պատ.՝ 1272, 1572, 1872, 1176, 1476, 1776:

2. Հաշվել՝ $(1+2+\dots+2014+2015):2015$:

Լուծում: Նկատենք, որ $1+2014=2+2013=3+2012=\dots=1007+1008=2015$: Ուրեմն փակագծերի ներսի գումարը հավասար է 1008×2015 :

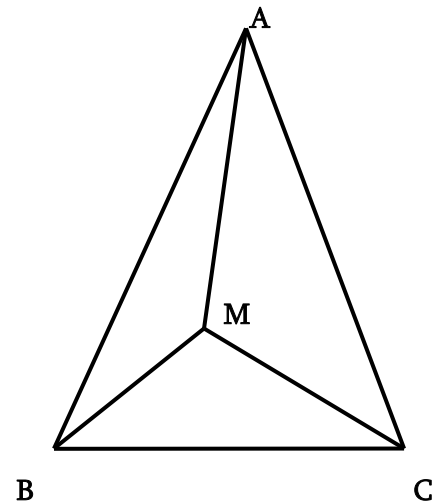
Պատ.՝ 1008

3. ABC եռանկյան մեջ $AB=AC$, $\angle BAC=80^\circ$:

Եռանկյան ներսում M կետը վերցված է այնպես, որ $\angle BMC=100^\circ$, $\angle MCB=30^\circ$: Գտնել $\angle AMB$ -ն:

Լուծում: Պարզ է, որ $\angle ABC=\angle ACB=50^\circ$: Հետևաբար, $\angle MBC=180^\circ-\angle BMC-\angle MCB=180^\circ-100^\circ-30^\circ=50^\circ$:

Ուստի M կետը գտնվում է AB կողմի վրա և $\angle AMB=180^\circ$:



Պատ.՝ 180°

4. Լողավազանը լցվում է 4 ծորակներով: Առաջին ծորակը լողավազանը լցնում է 1 օրում, երկրորդը՝ 2 օրում, երրորդը՝ 3 օրում, չորրորդը՝ 4 օրում: Ինչքա՞ն ժամանակում կլցվի լողավազանը, եթե միաժամանակ բացեն բոլոր 4 ծորակները:

Լուծում: ա/ Առաջին ծորակը 1 օրում լցնում է ամբողջ լողավազանը, երկրորդը՝ $1/2$ մասը, երրորդը՝ $1/3$ մասը, իսկ չորրորդը՝ $1/4$ մասը: Հետևաբար, բոլոր չորս ծորակները միասին մեկ օրում կլցնեն լողավազանի $1+1/2+1/3+1/4=25/12$ մասը: Ուստի ամբողջ լողավազանը կլցնեն $1:25/12=12/25$ օրում:

բ/ Եթե ծորակները աշխատեն 12 օր, ապա առաջին ծորակը կլցնի 12 նմանատիպ լողավազան, երկրորդը՝ 6, երրորդը՝ 4, իսկ չորրորդը՝ 3: Հետևաբար, բոլոր չորս ծորակները միասին 12 օրում կլցնեն 25 նմանատիպ լողավազան: Հետևաբար մեկ լողավազանը լցնեն $12/25$ օրում:

Պատ.՝ $12/25$ օրում:

5. Ավտոբուսների երթուղին շրջանաձև է: Մի քանի ավտոբուսներ, որոնք շարժվում են միևնույն արագությամբ սպասարկում են այդ երթուղին: Ավտոբուսների միջև եղած ինտերվալը հաստատուն է և հավասար 10 րոպեի: Քանի՞ ավտոբուս է պետք ավելացնել, որ նույն արագությամբ երթնեկելու դեպքում ինտերվալը պակասի $1/5$ -ով: Ո՞ր դեպքում խնդիրը կունենա լուծում:

Լուծում: Խնդրի պայմանից երևում է, որ ավտոբուսների միջև եղած ինտերվալը կդառնա 8 րոպե $/10-10:5=10-2=8/$: 10-ի և 8-ի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը 40-ն է: Առաջին դեպքում 40 րոպեն կարելի է սպասարկել 4 ավտոբուսով, իսկ երկրորդ դեպքում՝ 5 ավտոբուսով: Հետևաբար, յուրաքանչյուր 4 ավտոբուսին պետք է ավելացնել ևս մեկը: Խնդիրը լուծում կունենա, եթե ավտոբուսների սկզբնական թիվը բաժանվում է 4-ի: