VIII դասարան

1) Գտնել n բնական թվի բոլոր հնարավոր արժեքները, որոնց դեպքում n^4-4n^2+1 արտահայտության արժեքը պարզ թիվ է:

Լուծում: Քանի, որ $n^4-7n^2+1=\left(n^2+1\right)^2-9n^2=\left(n^2-3n+1\right)\left(n^2+3n+1\right)$ և $n^2+3n+1>n^2-3n+1$, հետևաբար $n^2-3n+1=1$, որտեղից՝ $n=3$ և $n^4-7n^2+1=19$:

1) $n^4-7n^2+1=\left(n^2+1\right)^2-9n^2=\left(n^2-3n+1\right)\left(n^2+3n+1\right)$ 3 միավոր

2) $n^2+3n+1>n^2-3n+1$ 1 միավոր

3) $n=3$ 1 միավոր

4) $n^4-7n^2+1=19$ 2 միավոր

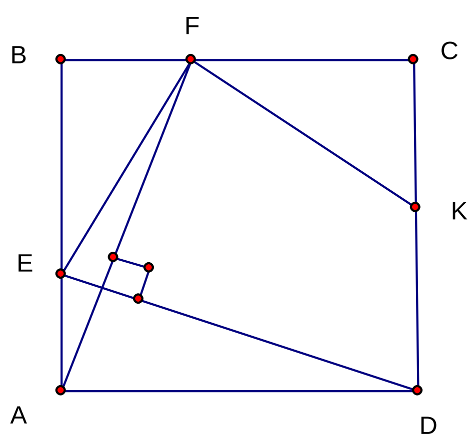
* Եթե գրված է միայն պատասխանը՝ $n=3$ և $n^4-7n^2+1=19$: 1 միավոր

2) Դիցուք $ABCD$ քառակուսու AB, BC և CD կողմերի վրա համապատասխանաբար վերցրել են E, F, K կետեր այնպես, որ $FE=FK$ և $\angle EFK=90^\circ$: Ապացուցել, որ $AF\perp ED$:

Լուծում: Դիցուք $\angle FKC=\alpha$, որտեղից $\angle CFK=90^\circ-\alpha$:

$\angle BFE=90^\circ-\angle CFK=90^\circ-\left(90^\circ-\alpha\right)=\alpha$: Քանի, որ

$\angle BFE=\angle CKF, EF=FK, \angle B=\angle C=90^\circ$, հետևաբար $\Delta BEF=\Delta CFK$, որտեղից $BE=FC$, հետևաբար $AE=BF$:



Քանի, որ $AE=BF, AD=AB$ և $\angle B=\angle A=90^\circ$, ապա $\Delta ABF=\Delta AED$, որտեղից,

$\angle EDA=\angle BAF=90^\circ-\angle FAD$, հետևաբար $\angle EDA+\angle FAD=90^\circ$, որտեղից $AF\perp ED$:

1) $\angle BFE=\angle FKC$ 1 միավոր

2) $\Delta BEF=\Delta CFK$ 2 միավոր

3) $\Delta ABF=\Delta AED$ 2 միավոր

4) $AF\perp EK$ 2 միավոր

3) Շրջանագծի վրա շրջանաձև նշել են $n \geq 3$ քանակության ամբողջ թվեր այնպես, որ նրանցից յուրաքանչյուրը հավասար է ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ հաջորդ երկու թվերի տարբերության մոդուլին: Գտնել n–ի հնարավոր արժեքները, եթե հայտնի է, որ գրված թվերի գումարը հավասար է 94-ի:

Լուծում: Դիցուք $a = a_1 = |a_2 - a_3|$, որտեղ a_1–ը այդ թվերից մեծագույնն է: Այդ դեպքում $a_2 = 0, a_3 = a$ կամ $a_2 = a, a_3 = 0$:

1) Երբ $a_2 = 0, a_3 = a$, ապա $a_4 = a, a_5 = 0, a_6 = a_7 = a$ և այլն:

2) Երբ, $a_2 = a, a_3 = 0$, ապա $a_4 = a, a_5 = a, a_6 = 0, a_7 = a$ և այլն:

Երկու դեպքում էլ թվերը շրջանագծի վրա դասավորված են հետևյալ կերպ՝ $a, a, 0, a, a, 0, L$

Ենթադրենք թվերի քանակը n է: Այդ դեպքում $a, a, 0$ եռյակների քանակը հավասար է $\frac{n}{3}$,

որտեղից՝ $\frac{n}{3} \cdot 2a = 94$, հետևաբար $na = 3 \cdot 47$: Քանի, որ nM3 և $n \geq 3$, հետևաբար $n = 141, a = 1$ և $n = 3, a = 47$:

1) $a = a_1 = |a_2 - a_3|$, որտեղ a_1–ը այդ թվերից մեծագույնն է 2 միավոր

2)Քննարկվել է $a_2 = 0, a_3 = a$ կամ $a_2 = 0, a_3 = a$ 1 միավոր

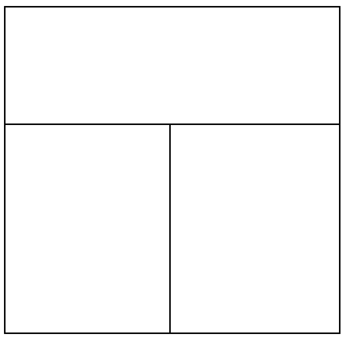
3) Թվերը շրջանագծի վրա դասավորված են հետևյալ կերպ՝ $a, a, 0, a, a, 0, L$ 1 միավոր

4) Ստացվել է $\frac{n}{3} \cdot 2a = 94$ հավասարումը: 2 միավոր

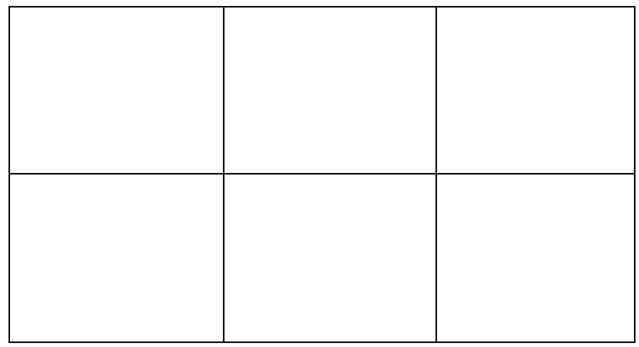
5) $n = 141, a = 1$ և $n = 3, a = 47$: 1 միավոր

4) Հնարավո՞ր է արդյոք 15×15 չափանի վանդակավոր քառակուսու որոշ վանդակներ ներկել այնպես, որ կամայական 4×5 չափանի ուղղանկյուն պարունակի ճիշտ 4 հատ ներկած վանդակ, իսկ կամայական 8×8 չափանի քառակուսի՝ ճիշտ 13 հատ:

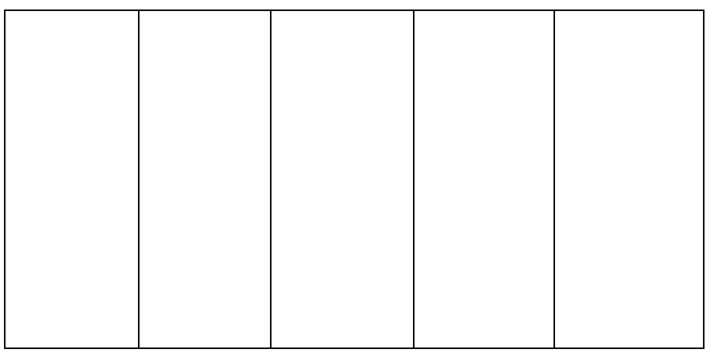
Լուծում: 8×8 չափի քառակուսին բաժանենք երկու հատ 4×5 և մեկ հատ 8×3 չափի ուղղանկյունների: (տես նկար 1)



Նկար 1



Նկար 2



Նկար 3

Այդ դեպքում 8×3 չափի ուղղանկյունում պետք է ներկված լինի 5 վանդակ:

Եթե 8×15 չափի ուղղանկյունը բաժանենք վեց հատ 4×5 ուղղանկյունների(տես նկար 2), ապա նրանում ներկված կլինի 24 վանդակ: Եթե 8×15 չափի ուղղանկյունը բաժանենք 5 հատ 8×3 ուղղանկյունների (տես նկար 3) , ապա նրանում ներկված կլինի 25 վանդակ, որը հակասություն է:

1) 8×3 չափի ուղղանկյունում պետք է ներկված լինի 5 վանդակ: 2 միավոր

2) 8×15 չափի ուղղանկյունը բաժանված է վեց հատ 4×5 ուղղանկյունների 3 միավոր

3) 8×15 չափի ուղղանկյունը բաժանված 5 հատ 8×3 ուղղանկյունների 2 միավոր