

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

ԵՐԿՐՈՐԴ ՕՐ (մարտի 25)

- Դիցուք x_1, x_2, \dots, x_n թվերը ոչ բացասական են և $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \geq 25$: Ապացուցել, որ x_1, x_2, \dots, x_n թվերից գոյություն ունեն երեքը, որոնց գումարը փոքր չէ 5-ից:
- Դիցուք ω_1 և ω_2 շրջանագծերը հատվում են B և C կետերում, ընդ որում BC -ն ω_1 շրջանագծի տրամագիծն է: C կետով ω_1 շրջանագծին տարված շոշափողը ω_2 շրջանագիծը հատում է A կետում: AB հատվածը ω_1 շրջանագծի հետ հատվում է E կետում, CE հատվածը ω_2 շրջանագիծը հատում է F կետում: AF հատվածի վրա վերցված H կետով և E կետով անցնող ուղիղը ω_1 շրջանագիծը հատում է G կետում: BG և AC ուղիղները հատվում են D կետում: Ապացուցել, որ $\frac{HF}{AH} = \frac{CD}{AC}$:
- Դիցուք b, c, d բնական թվերն այնպիսին են, որ $(b, c, d) = 1$: Խաչիկը բոլոր n բնական թվերի համար հաշվեց $n + b$ և $cn + d$ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Ապացուցել, որ նրա ստացած թվերի բազմությունը համընկնում է որևէ ամբողջ թվի բաժանարարների բազմության հետ:

Դիտողություն: 0-ի բաժանարարներն են բոլոր բնական թվերը:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր