ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Առաջին օր (14 մարտի 2016թ)

1. Առավելագույնը քանի՞ բնական քառանիշ թիվ է հնարավոր ընտրել, որ նրանք բոլորը լինեն լրիվ քառակուսի, իսկ ցանկացած երկուսը լինեն փոխադարձաբար պարզ:

   Բնական թիվը կոչվում է լրիվ քառակուսի, եթե այն հավասար է որևէ բնական թվի քառակուսու, օրինակ՝ $16 = 4^2$, $196 = 14^2$:

2. ω_1 և ω_2 շրջանագծերը հատվում են A և B կետերում, իսկ EF–ը նրանց ընդհանուր շոշափողն է ($E \in \omega_1$, $F \in \omega_2$, իսկ A–ն EF–ին ավելի մոտ է գտնվում, քան B-ն): Դիցուք A կետից EF-ին տարված ուղղահայաց ուղիղը և AB ուղիղը EFB եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը հատում են համապատասխանաբար P և Q կետերում (P-ն և Q-ն գտնվում են EF ուղղի միևնույն կողմի վրա) : Ապացուցել, որ $EQ = PF$:

3. Դիցուք դրական թվերի $a_1, a_2, \ldots$ հաջորդականությունն այնպիսին է, որ ցանկացած k բնական թվի համար տեղի ունի

$$a_{k+1} \geq \frac{ka_k}{a_k^2 + k - 1}$$

   պայմանը: Ապացուցել, որ ցանկացած $n \geq 2$ բնական թվի համար

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n \geq n :$$

Աշխատաժամանակ՝ 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր

Հանձնաժողովի նախագահ՝ Ս. Գոգյան