12 դասարան լուծումներ

1. Ողորկ հորիզոնական սեղանի վրա տեղադրված է ողորկ եզրերով մետաղադրամ: Մեկ այլ նման մետաղադրամ բախվում է դրան: Բախումից հետո լրիվ մեխանիկական էներգիան կազմում է սկզբնականի k=0.8 մասը: Առավելագույնը ի՞նչ անկյունում կարող է հարվածող մետաղադրամը շեղվել իր սկզբնական արագության ուղղությունից եթե մետաղադրամները չեն պտտվում:
Լուծում: Իմպուլսի պահպանումից ունենք`

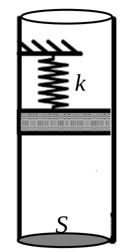
$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2,\ p = p_{1x} + p_{2x},\ \ p_{1y} = -p_{2y}$: Համաձայն խնդրի պայմանի $k\dfrac{p^2}{2m} = \dfrac{p_1^2}{2m} + \dfrac{p_2^2}{2m}$:

Տեղադրելով այստեղ $p_{2x},\ p_{2y}$ ստանում ենք հավասարում p_{1x} -ի համար`

$kp^2 = p_{1x}^2 + \left(p - p_{1x}\right)^2 + 2p_{1y}^2 = p^2 + 2p_1^2 - 2pp_{1x}$: Հաշվի առնելով, որ $p_{1x} = p_1\cos\alpha$, ստանում ենք $2p_1^2 - 2pp_1\cos\alpha + p^2\left(1-k\right) = 0$: Հավասարումը լուծում ունի, եթե $D = p^2\cos^2\alpha - 2p^2\left(1-k\right) \geq 0$, ինչը նշանակում է, որ $\cos\alpha \geq \sqrt{2\left(1-k\right)}$, որտեղից էլ ստանում ենք, որ

$\alpha_{\max} = \arccos\sqrt{2\left(1-k\right)} = \arccos\sqrt{0,4} = 51^0$:

2. Ուղղաձիգ գլանում զանգվածով մխոցը կախված է k կոշտությամբ զսպանակով (տե՛ս նկ.): Մխոցի տակ գտնվում է T ջերմաստիճանի ν մոլ իդեալական գազ: Գազը տաքացնում են, այնպես որ վերջնական վիճակում նրա ճնշումը մեծանում է α = 2 անգամ, իսկ ջերմաստիճանը բարձրանում է β = 3 անգամ: Գտեք գազի սկզբնական ճնշումը: Մխոցի մակերեսը S է:



Լուծում: Հավասարակշռության պայմանից`

$p_1S + kx_1 = mg,\ \ p_2S + kx_2 = mg \Rightarrow \Delta pS = kx$ (1)

Գազի ծավալի փոփոխությունը`

$\Delta V = Sx$,

Օգտվելով (1) հավասարումից`

$$\Delta p = \frac{k\Delta V}{S^2}$$

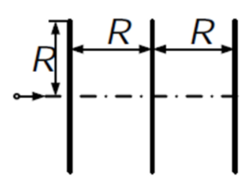
Մյուս կողմից

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \left(\alpha - 1\right)p_1,$$

$$V_2 = \frac{p_1V_1T_2}{T_1p_2} = \frac{\beta}{\alpha}V_1,\ \Delta V = \frac{\beta-\alpha}{\alpha}V_1\ ,$$

$$\left(\alpha-1\right)p_1 = \frac{k}{S^2}\frac{\beta-\alpha}{\alpha}V_1 \Rightarrow \left(\alpha-1\right)p_1 = \frac{k}{S^2}\frac{\beta-\alpha}{\alpha}\frac{\nu RT_1}{p_1}\ ,$$

3. Երեք միանման լիցքավորված օղակների միջով նրանց ընդհանուր առանցքի երկայնքով թռչում է լիցքավորված մասնիկ: Միջին օղակի կենտրոնում դրա արագությունը v է, եզրային օղակների կենտրոնում` u: Օղակների միջև հեռավորությունը հավասար է դրանց շառավիղին: Որոշեք մասնիկի արագությունը օղակներից շատ մեծ հեռավորության վրա:



Լուծում: Պոտենցիալը օղակի կենտրոնում՝ $\varphi=\dfrac{kQ}{R}$, առանցքի վրա, կենտրոնից h հեռավորության վրա՝ $\varphi=\dfrac{kQ}{\sqrt{R^2+h^2}}$: Եթե նշանակենք արագությունը շատ մեծ հեռավորության վրա v_0, ապա էներգիայի պահպանումից ունենք.

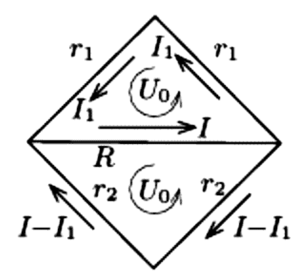
միջին օղակի կենտրոնում $\dfrac{m\mathrm{v}_0^2}{2}=\dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}+\dfrac{kQq}{R}+2\dfrac{kQq}{\sqrt{2}R}$,

եզրային օղակի կենտրոնում $\dfrac{m\mathrm{v}_0^2}{2}=\dfrac{mu^2}{2}+\dfrac{kQq}{R}+\dfrac{kQq}{\sqrt{2}R}+\dfrac{kQq}{\sqrt{5}R}$:

Այստեղից ստանում ենք $\dfrac{\mathrm{v}_0^2-\mathrm{v}^2}{\mathrm{v}_0^2-u^2}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{1+1/\sqrt{2}+1/\sqrt{5}}=\alpha\approx 1.12$, որտեղից էլ հետևում է, որ:

$$\mathrm{v}_0=\sqrt{\left(\alpha u^2-\mathrm{v}^2\right)/\left(\alpha-1\right)}$$

4. Նկարում ցուցադրված a կողմով քառակուսի շրջանակի կողմերը պատրաստված են r_1 և r_2 դիմադրությամբ լարերից: Շրջանակը գտնվում համասեռ մագնիսական դաշտում, որը ուղղահայաց է նկարի հարթությանը և աճում է հաստատուն արագությամբ՝ $B=B_0+\beta t$: Ինչքա՞ն պետք է լինի անկյունագծով միացված մետաղալարի R դիմադրությունը, որպեսզի այդ մետաղալարի տաքացման հզորությունը լինի առավելագույնը: Ինչքա՞ն է այդ առավելագույն հզորությունը:



Լուծում Փոփոխական մագնիսական դաշտը մակածում է լարում, որի արժեքը հավասար է մագնիսական հոսքի փոփոխության արագությանը: Նշանակենք այն $U_0=\dfrac{a^2}{2}\beta$: Դրանք նույնն են վերևի և ներքևի եռանկյուններում և ուղղությունները ցույց են տրված նկարում:

Ունենք՝ $U_0=RI+2r_1I_1$, $-U_0=RI+2r_2\left(I-I_1\right)$, որտեղից ստանում ենք

$$I=U_0\frac{r_1-r_2}{R\left(r_1+r_2\right)+2r_1r_2}: \quad P=I^2R=U_0^2R\left(\frac{r_1-r_2}{R\left(r_1+r_2\right)+2r_1r_2}\right)^2,$$

$R\left(r_1+r_2\right)+2r_1r_2\geq 2\sqrt{R\left(r_1+r_2\right)2r_1r_2}$, ընդ որում հավասարման նշանը տեղի ունի, երբ $R=\dfrac{2r_1r_2}{r_1+r_2}$:

Այսպիսով $P\leq U_0^2R\dfrac{\left(r_1-r_2\right)^2}{\left(2\sqrt{R\left(r_1+r_2\right)2r_1r_2}\right)^2}=\dfrac{a^4\beta^2}{32}\dfrac{\left(r_1-r_2\right)^2}{\left(r_1+r_2\right)r_1r_2}$ երբ $R=\dfrac{2r_1r_2}{r_1+r_2}$:

5. S =15սմ² մակերեսով գլանաձև բաժակի մեջ լցված է ջուր: Երբ բաժակի մեջ գցում են խորոնարդաձև սառույցի կտոր, ջրի մակարդակը բաժակում բարձրանում է H =3սմ-ով: Այնուհետև բաժակի մեջ լցնում են այնքան յուղ, որ յուղի մակերևույթը հասնում է սառցի վերին կետին: Ջրի խտությունը ρ_1 =1գ/սմ³ է, սառույցինը՝ ρ_2 =0,9գ/սմ³, յուղինը՝ ρ_3=0,7գ/սմ³ :

ա) Ինչքա՞ն յուղ լցրեցին:
բ) Ինչքա՞ն է յուղի մեջ գտնվող սառույցի ծավալը:
գ) Ինչպե՞ս կփոխվի յուղի շերտի հաստությունը սառույցի հալելուց հետո:

Լուծում: Սառույցի զանգվածի համար ունենք՝ $m=\rho_1 SH \Rightarrow a=\sqrt[3]{\frac{\rho_1 SH}{\rho_2}}=3,68$ սմ: Երկու հեղուկներում սառույցի լողալու պայմանից ստանում ենք յուղում սառույցի x մասի համար՝ $\rho_1(a-x)+\rho_3 x=\rho_2 a \Rightarrow x=\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1-\rho_3}a=\frac{a}{3}=1,2$ սմ, հետևաբար յուղում գտնվող սառույցի ծավալը կլինի $V_2=xa^2=\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1-\rho_3}a^3=16,6$ սմ^3, որտեղից էլ ստանում ենք, որ լցված յուղի ծավալը հավասար է $V_3=\left(S-a^2\right)x=\left(S-a^2\right)\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1-\rho_3}a=1,08$ սմ^3: Յուղի շերտի հաստությունը սառույցի հալելուց հետո կփոխվի $\Delta h=x-\frac{V_3}{S}=x-\frac{S-a^2}{S}x=\frac{a^2}{S}\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1-\rho_3}a=\frac{3.6^2}{15}\cdot 1,2=1$ սմ-ով: