

Մաթեմատիկա - մարզային փուլ, 9-րդ դասարան

Լուծումներ

1. Ապացուցե՛ք, որ գոյություն ունեն անվերջ քանակությամբ իրարից տարբեր x և y բնական թվեր որոնց համար $x^3 + y^3 - x^2y - y^2x$ արտահայտության արժեքը բնական թվի 2024-րդ աստիճան է:

Լուծում:

$$x^3 + y^3 - x^2y - y^2x = (x - y)(x^2 - y^2) \quad 2 \text{ միավոր}$$

$$x^3 + y^3 - x^2y - y^2x = (x - y)^2 \cdot (x + y): \quad +1 \text{ միավոր}$$

$$x\text{-ի և } y\text{-ի ընտրություն} \quad +4 \text{ միավոր}$$

2. N բնական թիվը կոչվում է ներկայացվող, եթե այն հնարավոր է ներկայացնել $N = \left[\frac{1}{a}\right] + \left[\frac{1}{b}\right]$ տեսքով, որտեղ a և b թվերը դրական են և $a + b = 1$: Գտե՛ք բոլոր ներկայացվող թվերը:

Լուծում:

$$1\text{-ը ներկայացվող թիվ չէ} \quad 1 \text{ միավոր}$$

$$2\text{-ը ներկայացվող թիվ չէ} \quad 2 \text{ միավոր}$$

$$3\text{-ը ներկայացվող է} \quad +1 \text{ միավոր}$$

$$> 3\text{-ը ներկայացվող է} \quad +3 \text{ միավոր}$$

3. Բնական թվի կտոր կանվանենք նրա գրառման մեկ կամ մի քանի հաջորդական թվանշաններով կազմված թիվը: Օրինակ, 8748 թվի կտորներն են 8, 7, 4, 87, 74, 48, 874, 748, 8748 թվերը: Բնական թիվը **յուրահատուկ** է, եթե նրա կտորներից ոչ մեկը չի բաժանվում 9-ի (8745-ը յուրահատուկ չէ, քանի որ 45-ը բաժանվում է 9-ի): Գտե՛ք ամենամեծ յուրահատուկ թիվը:

$$\text{Լուծում: Դիտարկել } A_1, A_2, \dots, A_k \text{ թվերը} \quad 1 \text{ միավոր}$$

$$k \leq 8, \quad +4 \text{ միավոր}$$

$$88 \ 888 \ 888 \quad +2 \text{ միավոր}$$

4. Դիցուք BE -ն և CD -ն ABC սուրանկյուն եռանկյան բարձրություններն են: Դիցուք ADC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը BE հատվածը հատում է F կետում, իսկ ABE եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը CD հատվածը հատում է G կետում: Դիցուք BG և CF հատվածները հատվում են S կետում: Ապացուցե՛ք, որ FG և AS ուղիղները փոխուղղահայաց են:

$$\text{Լուծում: } AF^2 = AE \cdot AC \quad 1 \text{ միավոր}$$

$$AF^2 = AE \cdot AC = AD \cdot AB = AG^2: \quad +3 \text{ միավոր}$$

$$AS \perp FG: \quad +3 \text{ միավոր}$$