2018թ. դպրոցականների հանրապետական օլիմպիադայի խնդիրներ

"Աստղագիտություն" առարկայից

Լուծումներ

1. Ընդունենք, որ τ_1 ժամանակում Արեգակ-Նեպտուն շառավիղ վեկտորի գծած S_1 մակերեսը մոտավորապես հավասար է Արեգակ-Պլուտոն շառավիղ վեկտորի τ_2 ժամանակում գծած S_2 մակերեսին: Օգտվելով Կեպլերի երկրորդ օրենքից, էլիպսի մակերեսի բանաձևից և խնդրի պայմաններից, նախ որոշենք S_2 մակերեսը.

$$S_2 = \frac{\tau_2}{T_2}\pi a_2^2\sqrt{1-e^2} = \frac{\tau_2}{T_2}\pi a_2\sqrt{a_1 a_2}\sqrt{2-\frac{a_1}{a_2}}$$

որտեղ a_2-ը Պլուտոնի ուղեծրի մեծ կիսաառանցքն է, e-ն էքսցենտրիսիտետն է, իսկ a_1-ը լինելով Պլուտոնի պերիհելիումի կետի հեռավորությունը Արեգակից, ըստ խնդրի պայմանի միաժամանակ նաև Նեպտունի մեծ կիսաառանցքն է:

Ակնհայտ է, որ S_1 մակերեսը հավասար է.

$$S_1 = \frac{\tau_1}{T_1}\pi a_1^2$$

$$S_1 \approx S_2 \quad \rightarrow \quad \tau_1 = \tau_2\frac{T_1}{T_2}\frac{a_2\sqrt{a_2}}{a_1\sqrt{a_1}}\sqrt{2-\frac{a_1}{a_2}} \quad \rightarrow \quad \tau_1 = \tau_2\sqrt{2-\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

Պատ.՝ $T_1 - \tau_1 =$ 157.62տ:

2. Նշանակենք Արեգակի նկատմամբ արագությունները մեծատառերով, իսկ Երկրի նկատմամբ՝ փոքրատառերով: Սկզբում հրթիռը Երկրի հետ միասին պտտվում է Արեգակի շուրջը V_0 արագությամբ: Որպեսզի հրթիռը ընկնի Արեգակի վրա, նրա շարժումը պետք է արգելակել: Երկրի ձգողականության դաշտը գործնականում լքելուց հետո հրթիռի $\boldsymbol{V}$ արագությունը Արեգակի նկատմամբ վեկտորային գումարն է $\boldsymbol{V_0}$ և $\boldsymbol{v}_\infty$ արագությունների՝ $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V_0} + \boldsymbol{v}_\infty$, որտեղ $\boldsymbol{v}_\infty$ - ն հրթիռի արագությունն է Երկրի նկատմամբ, վերջինիս ձգողականության դաշտը գործնականում լքելու պահին: Հրթիռը արգելակելու համար, էներգետիկ տեսակետից ամենաքիչ ծախսատար դեպքն այն է, երբ այդ երկու արագությունները հակադիր են՝ այսինքն՝ $V = V_0 - v_\infty$:

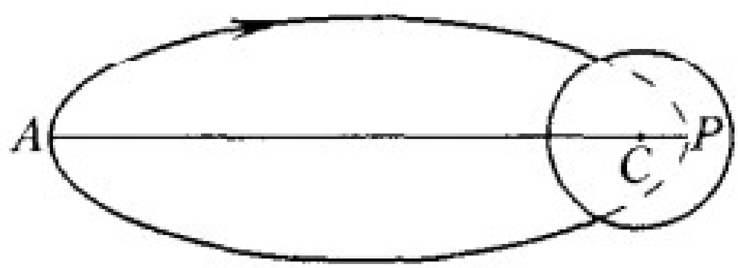
Այդ դեպքում, հրթիռի միավոր զանգվածին բաժին ընկնող ընդհանուր էներգիայի քանակը հավասար կլինի.՝

$$\varepsilon = -\frac{1}{2}(V_0^2 + 2V_0\, v_\infty - v_\infty^2)$$

Եթե ε-ն բացասական է, ապա հրթիռը ձեռք կբերի էլիպտական ուղեծիր, որի մեծ առանցքը հավասար է.՝

$$2a = -\gamma\frac{M_\odot}{\varepsilon} = \frac{2RV_0^2}{V_0^2 + 2V_0\, v_\infty - v_\infty^2}$$

որտեղ $R = CA -$ հրթիռի հեռավորությունն է Արեգակից:



Այդ էլիպսի մի կիզակետում գտնվում է Արեգակը: Էլիպսի մոտակա գագաթի /պերիցենտր, պերիհելիում/ հեռավորությունը Արեգակի կենտրոնից նշանակենք x-ով, x = CP (տալով x կետը Արեգակի մակերևույթի վրա որոշվում է այն ուղեգիծը, որի վրա պետք է գտնվի տրված կետը), որտեղից հետևում է $2a = R + x$: Վերջինս տեղադրելով վերևի հավասարման մեջ և լուծելով ստացվող քառակուսի հավասարումը V_∞ -ի նկատմամբ, կստանանք, որ հավասարման փոքր արմատը հավասար է.՝

$$v_\infty = V_0\left(1-\sqrt{\frac{2x}{R+x}}\right)$$

Հաշվի առնելով, որ $v_\infty{}^2 = v_0{}^2 - 2v_1^2$, որոնվող v_0 – արագության համար կստանանք.՝

$$v_0{}^2 = V_0{}^2\left(1-\sqrt{\frac{2x}{R+x}}\right)^2 + 2v_1^2$$

որտեղ v_1- առաջին տիեզերական արագությունն է:

Խնդրում նշված առաջին դեպքի համար $x = 0$, իսկ երկրորդի համար $x = R_\odot$: Արագությունը կլինի մինիմալ $x = R_\odot$ դեպքում և մաքսիմալ $x = 0$ դեպքում: Համապատասխանաբար.՝

$v_0{}^2{}_{\text{մաքս}} = V_0{}^2 + 2v_1^2 \approx 31.8$ *կմ/վ*

$v_0{}^2{}_{\text{մին}} = V_0{}^2\left(1-\sqrt{\frac{2R_\odot}{R+R_\odot}}\right)^2 + 2v_1^2 \approx V_0{}^2\left(1-\sqrt{2\alpha}\right)^2 + 2v_1^2 \approx 29.2$ *կմ/վ*

3. Կրկնակի աստղից հեռավորությունը կազմում 10պկ, հետևաբար, նրանց տեսանելի աստղային մեծությունը համընկնում է բացարձակ աստղային մեծության հետ, որն 0.28 մեծ է քան Արեգակինը: Արտահայտենք աստղերի լուսատվությունները , համեմատելով Արեգակի լուսատվության հետ.

$$J = J_0 \cdot 10^{-0.4 \cdot 0.28} = 0.77 \cdot J_0.$$

Օգտվելով Ստեֆան- Բոլցմանի օրենքից կարելի է գտնել աստղերի շառավիղները.

$$\frac{R_i}{R_0} = \sqrt{\frac{J}{J_0}} \left(\frac{T_0}{T_i} \right)^2.$$

Այս բանաձևերում 0 ինդեքսով բոլոր մեծությունները վերաբերում են Արեգակին:

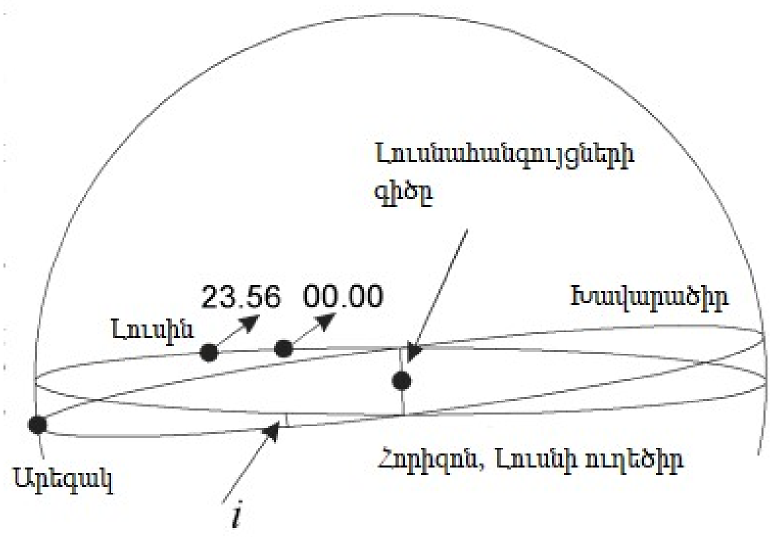
Առաջին աստղը 1.5 անգամ սառն է Արեգակից, իսկ շառավիղը մոտ երկու անգամ գերազանցում է արեգակնայինին: Երկրորդ աստղի շառավիղը կազմում է Արեգակի շառավղի մոտ 0.9 մասը, իսկ ջերմաստիճանները հավասար են: Քանի որ մոլորակը նման է Յուպիտերին, ապա նրա շառավիղը մոտ 20 անգամ փոքր է սառը աստղի և 9 անգամ՝ ջերմ աստղի շառավղից: Այսպիսով, մոլորակի անցումը աստղերի սկավառակների վրայով կբերի նրանց պայծառության թուլացման 1/400 (մոտ $0.^{m}003$) և 1/81(մոտ $0.^{m}013$) մասով, համապատասխանաբար: Հետևաբար, $0.^{m}005$ ճշտության դեպքում մենք մոլորակը կարող ենք հայտնաբերել միայն ջերմ, իսկ $0.^{m}001$ ճշտության դեպքում՝ նաև սառը աստղի սկավառակով անցումների ժամանակ: Հաշվի առնելով ուղեծրի թեքվածությունը և այն, որ սառը աստղի մակերեսը ավելի քան 4 անգամ մեծ է ջերմ աստղի մակերեսից, կարելի է պնդել, որ առավել մեծ հավանականությամբ կարելի է հայտնաբերել մոլորակը սառը աստղի սկավառակի վրայով անցման ժամանակ:

4. Լուսնի երկու հաջորդական ծագումների միջև անցել է ուղիղ մեկ աստղային օր: Այդ ընթացքում դիտողը աստղերի, Արեգակի շուրջը Երկրի ուղեծրի հարթության և Երկրի շուրջը Լուսնի ուղեծրի հարթության նկատմամբ վերադառնում է նույն դիրքին: Հասարակածային կոորդինատական համակարգի հետ կապված բոլոր մեծ շրջանները /խավարածիր, Լուսնի ուղեծրի պրոյեկցիա / մեկ աստղային օր հետո երկնակամարի վրա հորիզոնի նկատմամբ գրավում են նույն դիրքը:

Այս ընթացքում Լուսինը իր ուղեծրով մոտ 13° տեղաշարժվելով կրկին հայտնվել է հորիզոնում: Սա նշանակում է, որ մեծ ճշտությամբ Լուսնի ուղեծրի հարթությունը համընկնում է հորիզոնի հարթության հետ: Քանի որ ծագումները տեղի են ունենում տեղական կեսգիշերին, ապա Արեգակը գտնվում է ներքին կուլմինացիայում: Եթե նույնիսկ նրանք տեղի ունենան ամառային արևադարձի օրը, ապա Արեգակի բարձրությունը չի գերազանցի

$$h = -90^\circ + 62^\circ + 23.4^\circ = -4.6^\circ.$$

Միևնույն ժամանակ, լուսնային ուղեծիրը խավածրի հարթության հետ կազմում է $i = 5.1^\circ$ անկյուն: Հետևաբար, Արեգակը երկնակամարում չի կարող գտնվել լուսնային ուղեծրի պրոյեկցիայից ավելի հեռու, քան այդ անկյունը, ուստի կարել է պնդել, որ Արեգակի հեռավորությունը լուսնային ուղեծրի պրոյեկցիայից ընկած է 4.6-5.1 միջակայքում: Այստեղից հետևում է, որ դեպքը տեղի ունեցել ամառային արևադարձի մոտ և մոտակա խավարումները կարող են դիտվել միայն մոտ ¼ տարի հետո:



5. Խավարումը Երկրի որևէ կետից դիտվում է այն դեպքում, երբ Լուսնի և Արեգակի կենտրոնների անկյունային հեռավորությունը փոքր է նրանց անկյունային շառավիղների գումարից (0.5^0)։ Հաշվի առնելով Լուսնի օրական պարալաքսը ($\approx 1^0$), կարելի է նկատել, որ խավարում կարելի է դիտել, երբ Լուսինը (M) գտնվում է խավարածրի հարթությունից (ΩS) 1.5 աստիճան հեռավորության (β) վրա։

Նկարից հետևում է.

$$\Delta l = \frac{\beta}{i}$$

որտեղ i–ն Լուսնի (ΩS) և խավարածրի հարթությունների միջև անկյունն է ($i=5^0$)։ Պատ.՝ 17^0