

VIII դասարան

Խնդիր 1: Գտնել այն եռանիշ բնական թվերի քանակը, որոնց որևէ թվանշան չնջելուց ստացված երկնիշ թիվը 13 անգամ փոքր է սկզբնական եռանիշ թվից:

Լուծում: 1) $\overline{abc} = 13\overline{ab} \Rightarrow 100a + 10b + c = 130a + 13b \Rightarrow 30a + 3b = c \geq 30$, հնարավոր չէ:

2) $\overline{abc} = 13\overline{ac} \Rightarrow 100a + 10b + c = 130a + 13c \Rightarrow 15a + 6c = 5b \Rightarrow c : 5 \Rightarrow c = 0, c = 5$:

2.1) $c=0 \Rightarrow b=3a \Rightarrow \overline{abc} = 130, 260, 390$:

2.2) $c=5 \Rightarrow b=3a+6 \Rightarrow \overline{abc} = 195$:

3) $\overline{abc} = 13\overline{bc} \Rightarrow 100a + 10b + c = 130b + 13c \Rightarrow 25a = 3c + 30b \Rightarrow a : 3$:

Երբ $a = 3 \Rightarrow b = 2, c = 5 \Rightarrow \overline{abc} = 325$:

Երբ $a = 6 \Rightarrow 50 = c + 10b \Rightarrow b = 5, c = 0 \Rightarrow \overline{abc} = 650$:

Երբ $a = 9 \Rightarrow 75 = c + 10b \Rightarrow b = 7, c = 5 \Rightarrow \overline{abc} = 975$:

Պատասխան՝ 7

Խնդիր 2: Գտնել բնական թվերի X և Y բազմությունների այն զույգերը, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմաններին.

ա) $|X| = |Y| = 3$,

բ) X և Y բազմություններն ունեն միայն մեկ ընդհանուր էլեմենտ, այսինքն $|X \cap Y| = 1$,

գ) $3 \in X$ և $5 \in Y$,

դ) X բազմությանը պատկանող ցանկացած երկու (իրարից տարբեր) թվերի գումարը պատկանում է Y -ին:

* $|X|$ -ը X բազմության տարրերի քանակն է:

Լուծում: Դիցուք $\{X\} = \{a, b, c\}$: Ենթադրենք $a < b < c \Rightarrow a < b < a + b < a + c < b + c \Rightarrow \{Y = \{a + b, a + c, b + c\}\}$: Քանի, որ $c < a + c < b + c$ և $|X \cap Y| = 1 \Rightarrow c = a + b$

1) $a = 3 \Rightarrow b \geq 4 \Rightarrow b + c > a + c > a + b \geq 7 \Rightarrow 5 \notin \{Y\}$

2) $b = 3 \Rightarrow a \in \{1, 2\}$

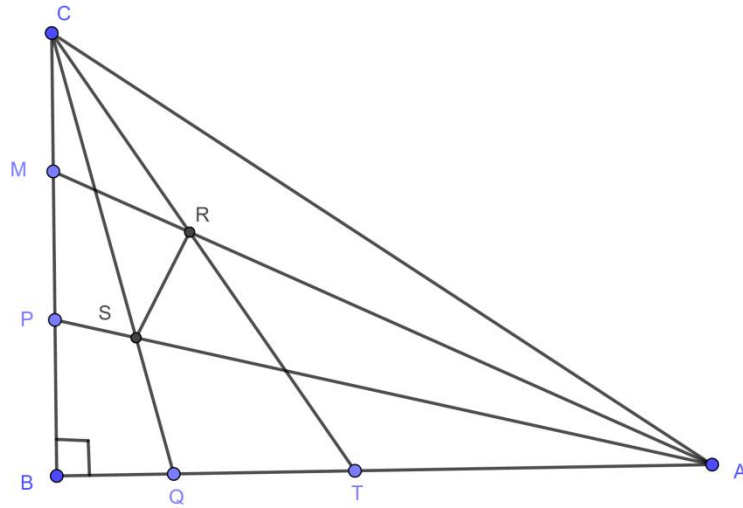
Եթե $a = 1 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow X = \{1, 3, 4\}, Y = \{4, 5, 7\}$

Եթե $a = 2 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow X = \{2, 3, 5\}, Y = \{5, 7, 8\}$

3) $c = 3 \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow X = \{1, 2, 3\}, Y = \{3, 4, 5\}$:

Պատասխան՝ 3:

Խնդիր 3: Դիցուք ABC ուղղանկյուն եռանկյան AB էջի վրա նշել են Q և T կետերն, իսկ BC էջի վրա նշել են P և M կետերն այնպես, որ $\angle BAP = \angle PAM = \angle MAC$ և $\angle BCQ = \angle QCT = \angle TCA$: Դիցուք CT և AM ուղիղները հատվում են R կետում: Գտնել $\angle BAC$ -ն, եթե հայտնի է, որ $\angle QRC = 142^\circ$:



$$\angle ACB = 3\gamma, \angle BAC = 3\beta \Rightarrow 2\gamma + 2\beta = 60^\circ \Rightarrow \angle ASC = 120^\circ:$$

Քանի որ R -ը ASC եռանկյան կիսորդների հատման կետն է, ուստի

$$\begin{aligned} \angle ASR = \angle CSR = 60^\circ &\Rightarrow \angle ASQ = 60^\circ \Rightarrow \triangle ASR = \triangle ASQ \Rightarrow SQ = SR \Rightarrow \angle SRQ = \angle SQR = 30^\circ \Rightarrow \\ \angle CRS = 112^\circ &\Rightarrow \gamma = 8^\circ \Rightarrow \angle C = 24^\circ, \angle A = 66^\circ: \end{aligned}$$