

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա, 2021թ.,
Հանրապետական փուլ - Տևողությունը 150 րոպե
6-րդ դասարան

1. Վեցերորդ դասարանի աշակերտների մի մասը հաճախում է մաթեմատիկայի խմբակի, մի մասը ֆիզիկայի խմբակի, իսկ երկու աշակերտ ոչ մի խմբակի չի հաճախում: Մաթեմատիկայի խմբակի աշակերտների 20 տոկոսը հաճախում է նաև ֆիզիկայի խմբակի, իսկ ֆիզիկայի խմբակի մասնակիցների 25 տոկոսը հաճախում է նաև մաթեմատիկայի: Քանի աշակերտ կա վեցերորդ դասարանում, եթե նրանց քանակը քսանից շատ է և երեսունից քիչ:

Լուծում: Ակնհայտ է, որ մաթեմատիկայով զբաղվողների քանակը 5-ի բազմապատիկ է, իսկ ֆիզիկայով զբաղվողներինը 4-ի (**1 միավոր**): Քանի որ մաթեմատիկայի խմբակի աշակերտների քանակի մեկ հինգերորդ մասը նաև ֆիզիկայի խմբակի աշակերտների քանակի մեկ չորրորդ մասին է հավասար, հետևաբար խնդրի պայմանին բավարարող միայն մի զույգ կա 15 հոգի մաթեմատիկայով և 12 հոգի ֆիզիկայով զբաղվող (**2 միավոր**): Քանի որ 3 հոգի և մաթեմատիկայով և ֆիզիկայով է զբաղվում և 2 հոգի ոչ մի խմբակի չի հաճախում, մնում է ձևակերպել վերջնական պատասխանը՝ $15+12-3+2=26$ (**2 միավոր**):

Պատասխան՝ 26 աշակերտ

2. A-ից B ճանապարհի եզրով յուրաքանչյուր կիլոմետրի վրա կանգնեցված են սյուներ, որոնց վրա գրված են երկու թվեր: Նրանցից մեկը ցույց է տալիս մինչև A, իսկ մյուսը մինչև B հեռավորությունը: Ինչ-որ պահի տուրիստը նկատեց, որ սյան թվերից մեկը երկու անգամ մեծ է մյուսից: Անցնելով 10կմ նա նկատեց, որ հերթական սյան թվերից մեկը երեք անգամ է մեծ մյուսից: Քանի՞ կմ է A-ից B ճանապարհի երկարությունը:

Լուծում: Դիտարկենք 2 դեպք՝

1. Ենթադրենք ինչ-որ C կետում A-ից C ճանապարհը 2 անգամ մեծ է C-ից B ճանապարհից: 10կմ անցնելուց հետո D կետում կստացվի որ A-ից D ճանապարհը 3 անգամ մեծ է D-ից B ճանապարհից (հակառակը չի կարող լինել, որովհետև փոքր հատվածի վրա մեծ հատված հնարավոր չէ տեղադրել): Ստացվեց, որ AC-ն ամբողջ ճանապարհի երկու երրորդ մասն է, իսկ AD-ն երեք չորրորդը: Հետևաբար նրանց տարբերությունը՝ 10կմ-ը, ճանապարհի մեկ տասնեկուերորդ մասն է, այսինքն $AB=120$ կմ (**3 միավոր**):

2. Ենթադրենք ինչ-որ C կետում A-ից C ճանապարհը 2 անգամ փոքր է C-ից B ճանապարհից: 10կմ անցնելուց հետո D կետում կստացվի որ A-ից D ճանապարհը 3 անգամ մեծ է D-ից B ճանապարհից: Ստացվեց, որ AC-ն ամբողջ ճանապարհի մեկ երրորդ մասն է, իսկ AD-ն երեք չորրորդ մասը: Հետևաբար նրանց տարբերությունը՝ 10կմ-ը, ճանապարհի հինգ տասնեկուերորդ մասն է, այսինքն $AB=24$ կմ (**2 միավոր**):

Պատասխան՝ 120 կմ կամ 24 կմ

3. Մեկից մինչև տասներկու թվերը 3×4 չափի աղյուսակում դասավորված են այնպես, որ բոլոր տողերում հարևան թվերի տարբերությունը 3-ի բազմապատիկ է, իսկ բոլոր սյուններում հարևան թվերի տարբերությունը 4-ի բազմապատիկ է:

ա) Բերել որևէ օրինակ:

բ) Քանի՞ այդպիսի դասավորություն կա:

Լուծում: Օրինակ հետևյալ դասավորությունը բավարարում է խնդրի պայմաններին

1	4	7	10
5	8	11	2
9	12	3	6

(1 միավոր):

Պետք էր նկատել, որ մի թվի տեղափոխությունը դա համարժեք է տողի կամ սյան տեղափոխության: Այդ տողում կամ սյունում մնացած տեղափոխությունները բերում են նոր դասավորություններ (3 միավոր): Հետևաբար 4 սյունների տեղափոխությունները 24-ն են, իսկ 3 տողերինը՝ 6: Վերջնական պատասխանի ձևակերպում $24 \cdot 6 = 144$ (1 միավոր):

Պատասխան ա) օրինակը բ) 144

4. 10×10 չափի աղյուսակի վանդակների մի մասը ներկված է: Բոլոր սյունակներում ներկված է 3 կամ 4 վանդակ, իսկ բոլոր տողերում 1 կամ 7 վանդակ: Ամենաքիչը քանի՞ վանդակ է ներկված (բերել օրինակ):

Լուծում: Քանի որ յուրաքանչյուր սյունակում ներկված է 3 կամ 4 վանդակ, հետևաբար ներկված վանդակների քանակը մեծ է կամ հավասար 30-ից (1 միավոր): Քանի որ յուրաքանչյուր տողում ներկված է 1 կամ 7 վանդակ, հետևաբար ներկված վանդակների քանակը յուրաքանչյուր տողում 6-ի բաժանելիս ստացվում է 1 մնացորդ, ուստի 10 տողերում միասին ներկված վանդակների քանակը 6-ի բաժանելիս մնացորդում կստացվի 4 (2 միավոր) Հետևաբար բոլոր ներկված վանդակների քանակը կլինի 34, այսինքն 30-ից մեծ ամենափոքր բնական թիվը, որը 6-ի բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 4 և օրինակ (2 միավոր): Օրինակ՝
