

5-ԸՂ ԴԱՍԱՐԱՆ
ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՓՈՒԼ
Տևողությունը – 180 րոպե

Խնդիր 1. Միքայելը տրված թվից ստանում է նոր թիվ հետևյալ կերպ. Սկզբում նա գրում է այդ թվի առաջին և երկրորդ թվանշանների արտադրյալը, այնուհետև երկրորդ և երրորդ թվանշանների արտադրյալը, և այդպես շարունակ: Այնուհետև ստացված թվերը հերթականությամբ իրար է կցագրում: Օրինակ 263 թվից նա կստանա 1218 թիվը ($2 \cdot 6 = 12$, $6 \cdot 3 = 18$): Գտնել այն բոլոր թվերը, որոնց դեպքում Միքայելը կստանա 2424 թիվը:

Լուծում: Տրված թիվը պետք է ունենա առնվազն երեք նիշ և ամենաշատը հինգ նիշ:

1) Եթե թիվը **եռանիշ** է, ապա հաշվի առնելով, որ $24 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$, կունենանք 383, 838, 464, 646 թվերը:

2) Եթե թիվը **քառանիշ** է, ապա առաջին երկու նիշերի արտադրյալը հավասար է 2 կամ 24: Եթե այն 24 է, ապա երկրորդ նիշը պետք է լինի առնվազն 3, իսկ այդ դեպքում երկրորդ և երրորդ նիշերի արտադրյալը չի կարող լինել 2:

Հետևաբար, առաջին և երկրորդ նիշերի արտադրյալը 2 է: Երկրորդ և երրորդ նիշերի արտադրյալը չի կարող լինել 42: Հետևաբար այն 4 է, իսկ երրորդ և չորրորդ նիշերի արտադրյալը կլինի 24:

Այսպիսով, առաջին երկուսի արտադրյալը՝ 2, երկրորդ և երրորդինը՝ 4, երրորդ և չորրորդինը՝ 24: Այդպիսի միակ թիվը 2146-ն է:

2) Եթե թիվը **հնգանիշ** է, ապա առաջին երկուսի արտադրյալը՝ 2, երկրորդ և երրորդինը՝ 4, երրորդ և չորրորդինը՝ 2, չորրորդ և հինգերորդինը՝ 4: Այդպիսի միակ թիվը 12214-ն է:

Պատ. 383, 838, 464, 646, 2146, 12214

Խնդիր 2: Գտնել ամենավոքր բնական թիվը, որը իր թվանշանների գումարի վրա բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 22: Պատասխանը հիմնավորել:

Լուծում: Քանի որ բաժանարարը պետք է մեծ լինի մնացորդից, հետևաբար թվի թվանշանների գումարը պետք է մեծ լինի 22-ից: Հետևաբար այն պետք է ունենա առնվազն երեք նիշ: Քանի որ մեզ անհրաժեշտ է ամենափոքր այդպիսի բնական թիվը, ապա սկսենք եռանիշ թվերից: Քանի որ երեք նիշերի գումարը մեծ է 22-ից, ապա այդ նիշերից յուրաքանչյուրը մեծ կամ հավասար է 5-ից (քանի որ $9+9+4=22$): Այսպիսով ամենափոքր եռանիշ թվերը, որոնց նիշերի գումարը մեծ է 22-ից կլինեն՝ 599, 689: Ստուգելով այս երկու թվերը համոզվում ենք, որ 599-ը չի բավարարում խնդրի պայմանին, իսկ 689-ի մնացորդը $6+8+9=23$ -ի բաժանելիս ստացվում է 22:

Պատ. 689:

Խնդիր 3: Գրատախտակին գրված են 1-ից մինչև 30 թվերը՝ 1, 2, 3, 4, ..., 29, 30: Այդ թվերից որոշները ջնջում են հետևյալ պայմանով. գրատախտակին մնացած թվերից ոչ մեկը չպետք է հավասար լինի գրատախտակին մնացած այլ թվի կրկնապատիկին: Ամենաշատը քանի՞ թիվ կարող է մնալ գրատախտակին: Պատասխանը հիմնավորել:

Լուծում: Նշված 1, 2, 3, ... 29, 30 թվերը տրոհենք խմբերի այնպես, որ թիվը և նրա կրկնապատիկը լինեն նույն խմբում.

(1, 2, 4, 8, 16)

(3, 6, 12, 24)

(5, 10, 20) (7, 14, 28)

(9, 18) (11, 22) (13, 26) (15, 30)

(17) (19) (21) (23) (25) (27) (29)

Հաշվի առնելով, որ յուրաքանչյուր խմբի երկու հարևան թվեր չպետք է մնան գրատախտակին, հետևաբար առավելագույն քանակով թվեր ունենալու նպատակով առաջին խմբի թվերից կջնջենք՝ 2-ը և 8-ը, երկրորդից՝ 3-ը և 12-ը (կամ 6-ը և 24-ը), երրորդից՝ 10, չորրորդից՝ 14, հաջորդ 4 խմբերում՝ երկու թվերից որևէ մեկը՝ օրինակ՝ 9, 11, 13, 15 , իսկ վերջին տողի թվերից՝ ոչ մեկը: Հետևաբար ամենաշատը կարող ենք թողնել 20 թիվ: Օրինակ՝ 1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29:

Պատ.՝ 20:

Խնդիր 4: Տուտբոլի առաջնությանը մասնակցել է 5 թիմ, ընդ որում՝ յուրաքանչյուր թիմ մյուսների հետ խաղացել է մեկական խաղ: Հայտնի են առաջնությունում թիմերի խփած

և բաց թողած գոլերի քանակները՝ 3-5 (խփել է 3, բաց թողել՝ 5 գոլ), 10-11, 4-1, 4-2, 1-3: Պարզել, թե քանի՞ միավոր են վաստակել բոլոր թիմերը միասին, եթե հայտնի է որ խաղում հաղթող թիմը ստանում է 3 միավոր, պարտվողը՝ 0 միավոր, իսկ ոչ-ոքի արդյունքի դեպքում երկու թիմերից յուրաքանչյուրը ստանում է 1-ական միավոր: Պատասխանը հիմնավորել:

Լուծում: Այն թիմը, որի գոլերն են 10-11 անվանենք Ա: Նկատենք, որ առաջնության ընթացքում տեղի է ունեցել 10 խաղ, որից 4-ը Ա թիմի մասնակցությամբ: Նկատենք, որ մյուս թիմերը (Ա-ից բացի) միասին խփել են 12 գոլ՝ որից 11-ը Ա թիմին: Հետևաբար իրենց միջև կայացած 6 խաղերում խփել են ընդամենը մեկ գնդակ: Հետևաբար այդ խաղերից 5-ը ավարտվել է 0:0 հաշվով, իսկ մեկ խաղ՝ 1:0 հաշվով: Նկատենք նաև, որ այդ մեկ գոլը այդ թիմերից որն էլ խփած լինի, նրանցից յուրաքանչյուրը Ա թիմին կամ հաղթել է կամ պարտվել: Հետևաբար կայացած 10 խաղերից 5 ավարտվել է թիմերից մեկի հաղթանակով, իսկ 5-ը՝ ոչ-ոքի: Հետևաբար թիմերի հավաքած միավորների քանակը կլինի 25:

Պատ. 25