

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ 7-րդ ԴԱՍԱՐԱՆ
ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՓՈԻԼ 2020թ.

Առաջադրանքները և լուծումները

1. Հնարավոր է արդյոք գտնել այնպիսի a և b բնական թվեր, որ $ab(a+b)(a-b) = 2020$ հավասարությունը լինի ճիշտ:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Պարզ է, որ $a \neq b$, որովհետև $a-b$ կստացվի 0: Եթե a -ն և b -ն բնական թվեր են, ապա $a; b; a+b; a-b$ թվերից գոնե մեկը բաժանվում է 3-ի, իսկ 2020-ը 3-ի բաժանելիս ստացվում է 1 մնացորդ: Հետևաբար հնարավոր չէ:

Պատասխան՝ հնարավոր չէ

2. Վաճառողն ունի մի քանի 3 կիլոգրամանոց և անսահմանափակ քանակի 5 կիլոգրամանոց կշռաքարեր: Ամենաքիչը քանի՞ 3 կիլոգրամանոց կշռաքար է հարկավոր վաճառողին՝ 1կգ-ից մինչև 2020կգ կշռով բեռներ նժարավոր կշեռքով կշռելու համար (կարելի է երկու նժարներին էլ կշռաքար դնել):

ԼՈՒԾՈՒՄ. Ակնհայտ է, որ ունենալով մեկ հատ 3կգ-ոց կշռաքար հնարավոր չէ կշռել մեկ կիլոգրամ բեռ: Ապացուցենք, որ ունենալով երկու հատ 3կգ-ոց կշռաքար կարելի է կշռել 1կգ, 2կգ, 3կգ և 4կգ քաշով բեռներ:

$3+3=5+1$ կգ բեռ, $3+2$ կգ բեռ= 5 , $3=3$ կգ բեռ, $5+5=3+3+4$ կգ բեռ:

1-ից մինչև 2020 թվերը հետևյալ տեսքերից մեկն են՝ $5k, 5k+1, 5k+2, 5k+3, 5k+4$:

$5k$ -ն 5-ի բաժանվող թվերն են, ուստի կօգտագործենք միայն k հատ 5կգ-ոց կշռաքարեր:

$5k+1$ -ը 5-ի բաժանելիս մեկ մնացորդով թվերն են, առանձին կստանանք մեկ կիլոգրամը, իսկ մնացածը 5կգ-ոց քարերով:

Նույն կերպ մնացած դեպքերում:

Պատասխան՝ 2

3. Գրատախտակին ինչ-որ հաջորդականությամբ մի տողով գրված են 1-ից մինչև 100 բնական թվերը: Յուրաքանչյուր քայլում ստեղծվում է նոր տող՝ նախորդ տողի բոլոր կողք-կողքի գրված երկու թվերի փոխարեն գրելով նրանց տարբերության մոդուլը, որից հետո ջնջվում է առաջին տողը: Այդ գործողությունը կատարվում է այնքան ժամանակ մինչև գրատախտակին գրված է լինում մեկ թիվ: Գտնել այդ թվի հնարավոր մեծագույն արժեքը:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Ակնհայտ է, որ առաջին քայլից հետո հնարավոր ամենամեծ թիվը կարող է լինել 99-ը: Օրինակ. հետևյալ դասավորության դեպքում՝ 99, 98, 97, ..., 1, 100 երկրորդ տողը կլինի՝ 1, 1, 1, ..., 1, 99, որտեղ կա 98 հատ 1: Առաջին քայլից հետո հնարավոր չէ ստանալ 0: Հետևաբար, երկրորդ քայլից հետո ամենամեծ թիվը չի կարող լինել 99:

Յույց տանք, որ այդ թիվը կարող է լինել 98:

Վերը նշված օրինակում երկրորդ քայլից հետո կստացվի 0, 0, 0, ..., 0, 98, որտեղ կա 97 հատ 0: Հաջորդ յուրաքանչյուր քայլում 98-ը կպահպանվի, իսկ 0-ների քանակը 1 հատով կպակասի:

Պատասխան՝ 98

4. Հարթության վրա 8 ուղիղներ դասավորված են այնպես, որ ոչ մի երկուսը զուգահեռ չեն իրար և կա միայն 3 ուղիղներ, որոնք անցնում են մի կետով: Քանի՞ եռանկյուն կստացվի այդ ուղիղների հատումից:

ԼՈՒԾՈՒՄ Օ կետում հատվող 3 ուղիղներին 4-րդը հատելիս կառաջանա $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ եռանկյուն: 5-րդ ուղիղը եղած 4-ի հետ հատելիս կառաջանա $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ եռանկյուն: 6-րդը կառաջացնի $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ եռանկյուններ և այդպես շարունակ: Բոլոր եռանկյունների քանակը կլինի՝ $21+15+10+6+3=55$:

Պատասխան՝ 55

Ուշադրություն: Յուրաքանչյուր առաջադրանքի ճիշտ լուծումը գնահատվում է առավելագույնը 5 միավոր: