

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ 6-րդ ԴԱՍԱՐԱՆ
ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՓՈԻԼ 2020թ.

Առաջադրանքները և լուծումները

1. 2020 թիվը բաժանել են երկու հաջորդական թվերից յուրաքանչյուրի վրա: Այդ թվերից փոքրին բաժանելիս մնացորդում ստացվել է 18, իսկ մեծին բաժանելիս՝ 19-ը: Գտնել այդ թվերը:

Լուծում: Նկատենք, որ այդ թվերը կհանդիսանան համապատասխանաբար 2002 և 2001 թվերի բաժանարարները. $2002=2020-18$, $2001=2020-19$:

2002 և 2001 թվերը պետք է վերլուծել պարզ արտադրիչների. $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$:

Երկու հաջորդական թվերը կլինեն՝ 22-ը և 23-ը:

Պատ.՝ 22 և 23

2. Գտնել այն եռանիշ թվերի քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրի թվանշանների արտադրյալը փոքր է 450-ից:

Լուծում: Գտնենք խնդրին չբավարարող եռանիշ թվերի քանակը: Դրանք այն եռանիշ թվերն են, որոնց թվանշանները հետևյալ եռյակներն են. (9, 9, 9), (9, 9, 8), (9, 9, 7), (9, 9, 6), (9, 8, 8), (9, 8, 7), (8, 8, 8):

Դրանցով կազմված եռանիշ թվերի քանակը կլինի՝ $1+3+3+3+3+6+1=20$:

Հետևաբար՝ խնդրի պայմանին բավարարող եռանիշ թվերի քանակը կլինի՝ $900-20=880$:

Պատ.՝ 880

3. 1-ից 100 բնական թվերից ամենաշատը քանի՞ թիվ կարելի է ընտրել այնպես, որ նրանցից ցանկացած երկուսի արտադրյալը չբաժանվի այդ նույն թվերի տարբերությամբ:

Լուծում: Նկատենք, որ ընտրված թվերի մեջ չեն կարող լինել երկու հաջորդական թվեր (նրանց տարբերությունը կլինի 1 և նրանց արտադրյալը կբաժանվի տարբերության վրա): Հետևաբար՝ կարող ենք ընտրել խնդրի պայմանին բավարարող ոչ ավելի, քան 50 թիվ:

Մյուս կողմից, եթե ընտրենք բոլոր 50 կենտ թվերը, ապա նրանցից ցանկացած երկուսի արտադրյալը կլինի կենտ, իսկ տարբերությունը՝ գույգ: Հետևաբար՝ դրանց արտադրյալը չի բաժանվի դրանց տարբերությամբ:

Պատ.՝ 50

4. Շրջանագծի վրա 1-ից 9 թվերը դասավորված են խառը հերթականությամբ: Ժամանակակից ուղղությամբ շարժվելիս յուրաքանչյուր երեք հարևան թվանշաններ կազմում են եռանիշ թիվ: Գտնել իրարից տարբեր բոլոր ստացված եռանիշ թվերի՝
ա) քանակը, բ) թվանշանների գումարը, գ) գումարը:

Լուծում: Սկսելով յուրաքանչյուր թվանշանից՝ կստանանք խնդրի պայմանին բավարարող իրարից տարբեր բոլոր եռանիշ թվերը, որոնց քանակը կլինի 9:

Այդ եռանիշ թվերում թվանշաններից յուրաքանչյուրը հանդես է գալիս 3 անգամ՝ հարյուրյակների, տասնյակների և միավորների կարգերում՝ մեկական անգամ:

Հաշվի առնելով, որ $1+2+3+\dots+9=45$, ստացված բոլոր եռանիշ թվերի թվանշանների գումարը կլինի՝ $3 \cdot 45 = 135$, իսկ այդ թվերի գումարը՝ $111 \cdot 45 = 4995$:

Պատ.՝ ա) 9, բ) 135, գ) 4995

Ուշադրություն: Յուրաքանչյուր առաջադրանքի ճիշտ լուծումը գնահատվում է առավելագույնը 5 միավոր: