

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ 5-րդ ԴԱՍԱՐԱՆ
ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՓՈԻԼ 2020թ.

Առաջադրանքները և լուծումները

1. Տարեմուտի տոնակատարություններին դասարանի 25 աշակերտները միմյանց նվերներ բաժանեցին. աղջիկները տղաներին՝ նամականիշեր, իսկ տղաներն աղջիկներին՝ բացիկներ: Ոչ ոք մեկից ավել նվեր չստացավ միևնույն աշակերտից: Յուրաքանչյուր տղա նվեր հանձնեց միայն բոլոր աղջիկներին, և յուրաքանչյուր աղջիկ նվեր հանձնեց միայն բոլոր տղաներին: Ընդհանուր քանակությամբ ստացվեց 308 նվեր: Քանի՞ տղա և քանի՞ աղջիկ է սովորում դասարանում:

Լուծում: Տղաներն աղջիկներին փոխանցել են այնքան նվերներ, որքան ստացել են աղջիկներից: Հետևաբար՝ աղջիկները տղաներին նվիրել են $308:2=154$ նամականիշ: Քանի որ աղջիկներից յուրաքանչյուրը տղաներին նվիրել է հավասար քանակությամբ նամականիշեր, ապա դասարանի աղջիկների և տղաների քանակները կլինեն 154-ի բաժանարարներ: Վերլուծելով այն պարզ արտադրիչների՝ $154=2\cdot 7\cdot 11$, և ստուգելով հնարավոր տարբերակները՝ կտեսնենք, որ խնդրի պայմաններին բավարարում են 11-ը և 14-ը: Ուստի՝ դասարանում կա 11 տղա և 14 աղջիկ կամ 14 տղա և 11 աղջիկ:

Պատ.՝ 11 տղա և 14 աղջիկ կամ 14 տղա և 11 աղջիկ

2. Ռիսումնական հաստատությունից 12 օրով հանգստյան տուն ուղարկեցին 9 աշակերտի: Այդ ժամանակահատվածում գիշերները նրանք պետք է կազմակերպեին հերթապահություն 3 հոգանոց խմբերով: Ստացվեց այնպես, որ յուրաքանչյուր անգամ հերթապահող աշակերտները վիճաբանում էին միմյանց հետ և նրանցից ոչ մի երկուսն այլևս չէր ցանկանում հերթապահել միասին: Այնուամենայնիվ, բոլոր 9 աշակերտները պնդեցին, որ 12 օրերի ընթացքում նրանց հաջողվել է հերթապահել նշված պահանջով: Ճշմարտացի էին արդյո՞ք նրանք:

Լուծում: Աշակերտներին համարակալենք 1-ից 9 թվերով: Դիցուք՝ առաջին 3 օրերին հերթապահել են հետևյալ եռյակները.

1-ին օր՝ 1, 2, 3,

2-րդ օր՝ 4, 5, 6,

3-րդ օր՝ 7, 8, 9:

Հաշվի առնելով, որ նշված եռյակներից յուրաքանչյուրում ոչ մի գույգ այլևս չէր ցանկանում հերթապահել միասին՝ հաջորդ 9 օրերի համար նրանք կարող են հերթապահել հետևյալ եռյակներով.

4-րդ օր՝ 1, 4, 7,

7-րդ օր՝ 2, 4, 8,

10-րդ օր՝ 3, 4, 9,

5-րդ օր՝ 1, 5, 8,

8-րդ օր՝ 2, 5, 9,

11-րդ օր՝ 3, 5, 7,

6-րդ օր՝ 1, 6, 9,

9-րդ օր՝ 2, 6, 7,

12-րդ օր՝ 3, 6, 8:

Պատ.՝ այո

3. Հնարավոր է գտնել այնպիսի եռանիշ թիվ, որի թվանշանների տեղափոխությունից ստացվող եռանիշ թվերը 7-ի բաժանելիս մնացորդում ստացվեն 1-ից 6 թվերը:

Լուծում: Քանի որ այդ եռանիշ թվերը 7-ի բաժանելիս ստացվում են 6 տարբեր մնացորդներ, ապա որոնելի եռանիշ թիվը չի կարող պարունակել կրկնվող թվանշաններ, ինչպես նաև 0 թվանշանը: 0 թվանշան չպարունակող և չկրկնվող թվանշաններով ամենափոքր եռանիշ թիվը 123-ն է, որը չի բավարարում խնդրի պայմաններին: Հաջորդ եռանիշ թիվը 124-ն է, որը բավարարում է խնդրի պայմաններին: Ստուգելով՝ համոզվում ենք, որ 124, 142, 214, 241, 412, 421 թվերը 7-ի բաժանելիս մնացորդում ստացվում են համապատասխանաբար 5, 2, 4, 3, 6, 1 մնացորդները:

Պատ.՝ այո

4. Գրատախտակին գրված է 12 թիվը: Յուրաքանչյուր 1 թույլ անց թույլատրվում է այն բազմապատկել կամ բաժանել 2-ի կամ 3-ի և արդյունքը գրել դրա փոխարեն: Ապացուցել, որ հնարավոր չէ, որ ուղիղ 1 ժամ անց գրատախտակին գրված լինի 54:

Լուծում: Նկատենք, որ $12=2\cdot 2\cdot 3$: Յուրաքանչյուր քայլից հետո մեկ արտադրիչ ավելանում կամ պակասում է, հետևաբար՝ կենտ թույլներ հետո 2 և 3 արտադրիչների քանակները միասին կլինի զույգ, իսկ զույգ թույլներ հետո՝ կենտ: Հետևաբար, 60-րդ թույլին արտադրիչների քանակը կլինի կենտ: Սակայն, $54=2\cdot 3\cdot 3\cdot 3$, ուստի արտադրիչների քանակը զույգ է: Հետևաբար, 60-րդ թույլին գրատախտակին չի կարող գրված լինել 54:

Ուշադրություն: Յուրաքանչյուր առաջադրանքի ճիշտ լուծումը գնահատվում է առավելագույնը 5 միավոր: