

2020 թ. դպրոցականների հանրապետական օլիմպիադայի խնդիրներ "Աստղագիտություն" առարկայից

Տևողությունը -180 րոպե

1. Առավելագույնը քանի՞ օր որևէ գիսավոր կարող է գտնվել Երկրի ուղեծրի ներսում: Ընդունել, որ Երկրի ուղեծիրը շրջանաձև է, իսկ գիսավորինը՝ պարաբոլիկ: Ուղեծրերը գտնվում են նույն հարթության մեջ:

Ցուցումներ. Ըստ Արքիմեդի պարաբոլի սեգմենտի մակերեսը հավասար է նրան ներգծված եռանկյան մակերեսի $4/3$ -ին :

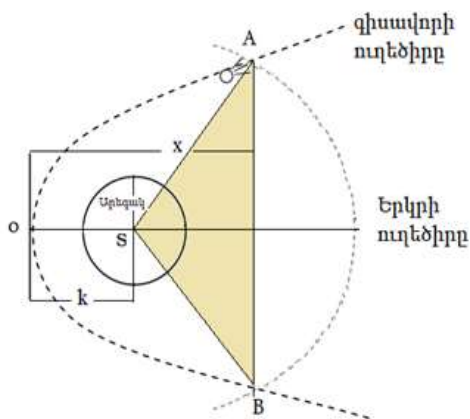
Ըստ Գաուսի գիսավորը պարաբոլիկ կիզակետին միացնող շառավիղ վեկտորը t ժամանակում գծում է $S = t\sqrt{Gk/2}$ մակերես, որտեղ G -ն գրավիտացիոն հաստատունն է, k -ն - պերիհելիումն է: Բանաձևը տրված է աստղագիտական միավորների համակարգում, որպես ժամանակի միավոր ընդունելով մեկ արեգակնային օրը:

Լուծում: Որպես x - կոորդինատական առանցք ընտրենք պարաբոլի առանցքը, որպես սկզբնակետ՝ պարաբոլի գագաթը: Այդ դեպքում պարաբոլի և շրջանագծի հավասարումներից ունենք,

$$y^2 = 4kx \quad (x - k)^2 + y^2 = 1 \quad x + k = 1, \quad y = 2\sqrt{k(1 - k)}$$

Այստեղից հետևում է, որ k -ն փոքր է 1 ա.մ.-ից, հետևաբար գիսավորի պերիհելիումը գտնվում է Երկրի ուղեծրի ներսում: Գիսավորի գծած S մակերեսի (AOBS) համար կստանանք.

$$3S = y(x + 3k)$$



$$3S = 2\sqrt{k(1 - k)}(1 + 2k).$$

Հաշվի առնելով Գաուսի բանաձևը, կստանանք, որ գիսավորը Երկրի ուղեծրի ներսում կգտնվի

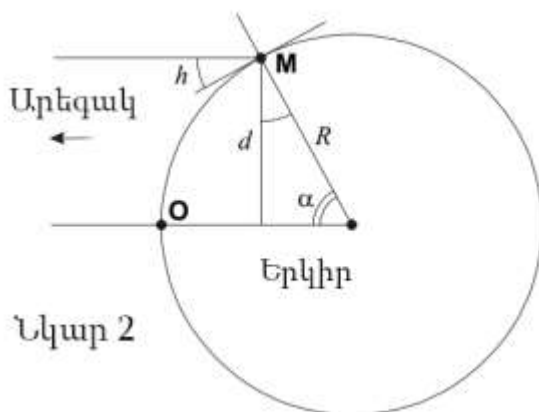
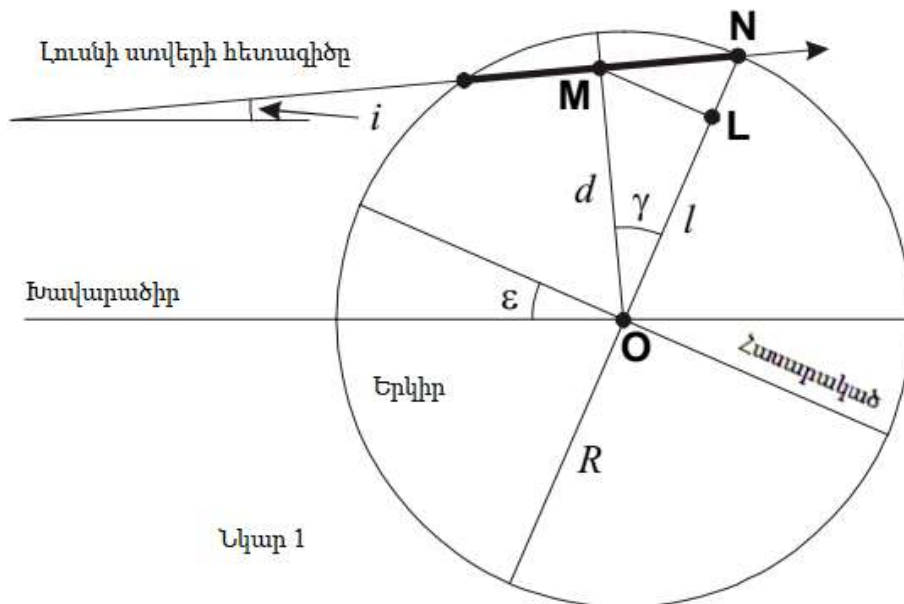
ժամանակ, որտեղ $c = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{G}}$: Կարելի է ցույց տալ, որ t -ն իր առավելագույն $t = c(1 + 2k)\sqrt{1 - k}$ արժեքը կստանա $k = 1/2$ արժեքի դեպքում:

Այստեղից հետևում է $t = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{G}} = 78$ օր:

2. Քարնանային գիշերահավասարի օրը տեղի է ունենում Արեգակի լրիվ խավարում, որը դիտվում է նաև Երկրի հյուսիսային բևեռում: Երկրի n ը լայնության վրա կարելի է դիտել կենտրոնական խավարումը հորիզոնի նկատմամբ առավելագույն բարձրության վրա և ինչպիսի՞ն է այդ բարձրությունը: Այդ օրը Լուսինը գտնվում է իր ուղեծրի ծագող (հյուսիսային հանգույցում):

Լուծում: Նկար 1-ում պատկերված է Երկիրը և Լուսնի ստվերի հետագիծը Արեգակից նայելիս (Արեգակ- Երկիր ուղիղ ուղղահայաց է նկարի հարթությանը) համաձայն խնդրի պայմանների: Այստեղ i -ն Լուսնի ուղեծրի և խավարածրի հարթության կազմած անկյունն է և հավասար է 5.2° , $\varepsilon = 23.4^\circ$, γ -ն ստվերի հետագծի և հասարակածի կազմած անկյունն է և հավասար է $\gamma = i + \varepsilon = 28.6^\circ$:

Կենտրոնական խավարումը հորիզոնի նկատմամբ առավելագույն բարձրության վրա կդիտվի M կետում, որն ամենամոտն է O կետին, որտեղ Արեգակը գտնվում է զենիթում: MO հատվածի պրոյեկցիայի երկարությունը նկարի հարթությունում հավասար է $d = R \cos \gamma$, որտեղ R -ը Երկրի շառավիղն է: M կետում Արեգակի բարձրությունը որոշելու համար անդրադառնանք նկար 2-ին, որի հարթությունը ուղղահայաց է նախորդ նկարի հարթությանը:



Նկար 2-ից հետևում է, որ որոնելի բարձրությունը հավասար է

$$h = \arccos \frac{d}{R} = \gamma = 28.6^\circ.$$

M կետի φ աշխարհագրական լայնությունը որոշելու համար վերադառնանք նկար 1-ին: Հեշտ է նկատել, որ այն հավասար է L կետի աշխարհագրական լայնությանը: Նկար 1-ից հետևում է, որ .

$$l = d \cos \gamma = R \cos^2 \gamma .$$

Հետևաբար՝

$$\varphi = \arcsin \frac{l}{R} = \arcsin (\cos^2 \gamma) = 50.4^\circ .$$

3. Երկու տարբեր զանգված (m_1 , m_2) ունեցող մարմիններ շարժվում են միևնույն աստղի շուրջը, նույն հարթության մեջ և նույն ուղղությամբ , մեկը՝ r_0 շառավիղ ունեցող շրջանագծային ուղեծրով, մյուսը՝ էլիպտիկ ուղեծրով, որի ապոկենտրոն-աստղ հեռավորությունը k անգամ ($k > 1$) մեծ է պերիկենտրոն-աստղ հեռավորությունից: Մարմինները բախվելով (ոչ առաձգական) պերիկենտրոնում շարունակում են շարժվել միասին նոր ուղեծրով: Գտնել այդ ուղեծրի ապոկենտրոնը:

Քննարկեք այն դեպքերը, երբ մարմինների զանգվածների հարաբերությունը շատ մեծ է:

Լուծում:

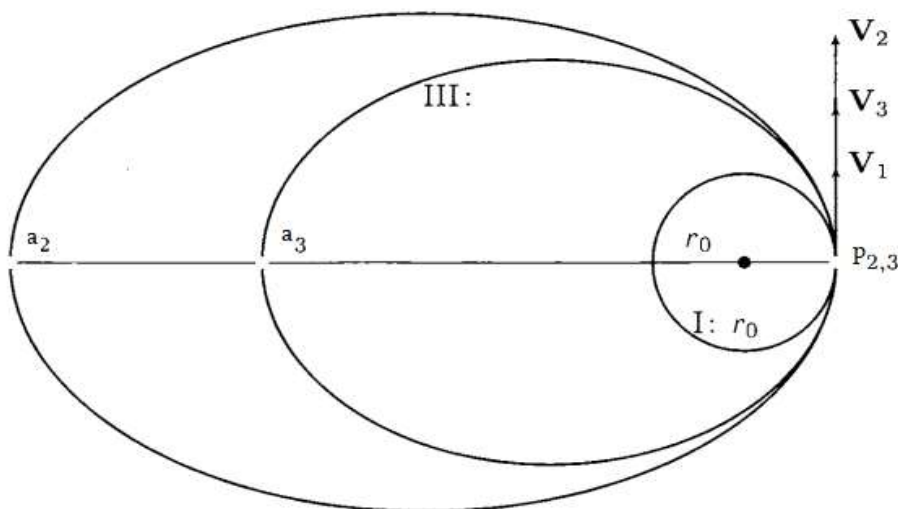
Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ

$$V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} = V_{\text{շրջ.}} ,$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_0} - \frac{\mu}{a_2}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_0} \left(1 - \frac{1}{k+1}\right)} = V_{\text{շրջ.}} \sqrt{\frac{2k}{k+1}} > V_{\text{շրջ.}}$$

Իմպուլսի պահպանման օրենքից ունենք, որ միացյալ մարմնի արագությունը հավասար է.

$$V_3 = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = V_{\text{շրջ.}} \frac{(m_1/m_2) + \sqrt{2k/(k+1)}}{(m_1/m_2) + 1} ,$$



Հաշվի առնելով որ

$$V_3^2 = \mu \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a_3} \right)$$

կստանանք

$$a_3 = \left(\frac{2}{r_0} - \frac{V_3^2}{\mu} \right)^{-1} = r_0 \left[2 - \left(\frac{\sqrt{2k/(k+1)} + m_1/m_2}{1 + m_1/m_2} \right)^2 \right]^{-1}$$

$$r_{\alpha_3} = 2a_3 - r_0.$$

Բնականաբար, եթե զանգվածների հարաբերությունը շատ մեծ է, ապա նոր ուղեծիրը շատ մոտ կլինի մեծ զանգվածով մարմնի ուղեծրին: Դա կարելի ցույց տալ, վերը բերված արդյունքների պարզ մաթեմատիկական վերլուծությունից:

4. β Dor ցեֆեիդի պարբերությունը հավասար է 9.84 օրվա, բոլոմետրիկ աստղային մեծությունը փոխվում է 3.46-ից մինև 4.08: Դոպլերային շեղումների չափումներից հայտնի է, որ աստղի սեղման և ընդարձակման միջին տեսագծային արագությունը կազմում է 12.8 կմ/վ, իսկ նառագայթման սպեկտրալ մաքսիմումը տատանվում է 531.0 նմ- մինչև 649.1 նմ: Գտնել

- որոշել աստղի մաքսիմալ և մինիմալ շառավիղները, նրանց հարաբերությունը,
- գնահատել աստղի լուսային հոսքը մաքսիմալ շառավղի պահին
- որոշել աստղի հեռավորությունը

Լուծում:

- Օգտվելով Պոպսոնի, Ստեֆան-Բոլցմանի և Վինի օրենքներից կարելի է որոշել որոնելի շառավիղների հարաբերությունը

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \left(\frac{F_1}{F_2} \right);$$

$$\frac{F_1}{F_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)} = 10^{-0.4(3.46 - 4.08)} = 1.77.$$

$$L_i = 4\pi R_i^2 \sigma T_i^4 \implies F_i = \frac{4\pi R_i^2 \sigma T_i^4}{4\pi D^2};$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \times \frac{T_1^4}{T_2^4} \implies \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} \times \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2.$$

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \implies \frac{R_1}{R_2} &= \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} \times \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 = \\ &= \sqrt{1.77} \times \left(\frac{531.0}{649.1} \right)^2 = 0.890. \end{aligned}$$

Իսկ շառավիղների տարբերությունը և բուն շառավիղները կարելի է ստանալ հետևյալ կերպ.

$$R_2 - R_1 = v \times \frac{P}{2} = 12.8 \cdot 10^3 \times 86400 \times \frac{9.84}{2} \text{ մ.}$$

$$(1 - 0.890)R_2 = 5.441 \cdot 10^9 \text{ մ} \implies \begin{cases} R_2 = 4.95 \cdot 10^{10} \text{ մ,} \\ R_1 = 4.41 \cdot 10^{10} \text{ մ.} \end{cases}$$

- Հոսքը գնահատելու համար համեմատենք աստղի հոսքը Արեգակի հոսքի (1.366 վատ/մ) հետ.

$$m_2 - m_{\odot} = -2.5 \lg \left(\frac{F_2}{F_{\odot}} \right) \implies F_2 = F_{\odot} \cdot 10^{-0.4(m_2 - m_{\odot})}.$$

$$F_2 = E_{\odot} \times 10^{-0.4(4.08 + 26.72)} \simeq 6.51 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2.$$

- Հեռավորությունը կարելի է գնահատել հետևյալ կերպ.

$$D = \sqrt{\frac{L_2}{4\pi F_2}} = \sqrt{\frac{R_2^2 \sigma T_2^4}{F_2}} = R_2 T_2^2 \sqrt{\frac{\sigma}{F_2}}.$$

$$T_2 = \frac{b}{\lambda_2} = \frac{2.898 \cdot 10^{-3} \text{ մ} \cdot \text{К}}{649.1 \cdot 10^{-9} \text{ մ}} = 4465 \text{ К.}$$

$$\therefore D \simeq 9.208 \cdot 10^{18} \text{ մ} \simeq 300 \text{ пк.}$$