

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

12-րդ դասարան

Առաջին օր (25 մարտի 2017թ)

1. Դիցուք արված է $f(x) = x^{2018} + x - a^2$ ֆունկցիան (a -ն արված իրական թիվ է): Ապացուցել, որ $f(f(x)) = 0$ հավասարումն ունի առնվազն երկու իրական արմատներ:
2. Դիցուք ABC եռանկյանը ներգծած I կենտրոնով շրջանագիծը AB և BC կողմերը շոշափում է համապատասխանաբար E և F կետերում: Դիցուք CI ուղիղը ABC եռանկյանն արագծած շրջանագիծը հատում է P կետում, իսկ EF և CP ուղիղները հատվում են T կետում: Նայրնի է, որ $PT = TI$: Գտնել $\angle ABC$ -ն:
3. Կոորդինատական հարթությունում արված են A_1, A_2, \dots, A_{25} կետերը, որոնցից յուրաքանչյուր երեքը չեն գտնվում մեկ ուղղի վրա և բոլոր կետերի բոլոր կոորդինատները ամբողջ թվեր են: Կետերի (A_i, A_j, A_k) եռյակը կոչվում է հեքաքրքիր, եթե $1 \leq i < j < k \leq 25$ և $A_i A_j A_k$ եռանկյան միջնագծերի հատման կետի կոորդինատները ամբողջ թվեր են: Գտնել հեքաքրքիր եռյակների հնարավոր փոքրագույն քանակը:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր