

**Տնողությունը – 180 րոպե**

1. Ապացուցե՛ք, որ գոյություն ունեն անվերջ քանակությամբ իրարից տարբեր  $x$  և  $y$  բնական թվեր, որոնց համար  $x^3 + y^3 - x^2y - y^2x$  արտահայտության արժեքը բնական թվի քառակուսի է:
2. Բնական թվի կտոր կանվանենք նրա գրառման մեկ կամ մի քանի հաջորդական թվանշաններով կազմված թիվը: Օրինակ, 8748 թվի կտորներն են 8, 7, 4, 87, 74, 48, 874, 748, 8748 թվերը: Բնական թիվը **յուրահատուկ** է, եթե նրա կտորներից ոչ մեկը չի բաժանվում 3-ի (8745-ը յուրահատուկ չէ, քանի որ 87-ը բաժանվում է 3-ի): Գտե՛ք յուրահատուկ թվերի քանակը:
3. Դիցուք  $ABC$  եռանկյանը ներգծած  $I$  կենտրոնով շրջանագիծը  $AC$  կողմը շոշափում է  $K$  կետում: Դիցուք  $E$  և  $F$  կետերը  $I$  կետի համաչափ կետերն են համապատասխանաբար  $AB$  և  $BC$  կողմերի նկատմամբ:  $IK$  ուղղի վրա գտնվող  $X$  կետից ( $X \neq I$ ) տարված են  $AIE$  եռանկյանն արտագծած շրջանագծի  $XM$  շոշափողը և  $CIF$  եռանկյանն արտագծած շրջանագծի  $XN$ -ը շոշափողը: Ապացուցե՛ք, որ  $XM = XN$ :
4.  $10 \times 10$  չափի վանդակավոր աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակում գրված է 1-ից 9 թվանշաններից որևէ մեկը: Հայտնի է, որ տողերից յուրաքանչյուրում գրված 10-անիշ թիվը բաժանվում է 11-ի և գոյություն ունի սյունակ, որում գրված 10-անիշ թիվը չի բաժանվում 11-ի: Գտե՛ք սյունակների առավելագույն քանակը, որոնցում գրված 10-անիշ թվերը բաժանվում են 11-ի: