

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Երկրորդ օր (15 փետրվարի, 2026թ)

4. Դիցուք 10×10 տախտակի մեջ տեղադրված են k հատ 1×4 քառա-դոմինոներ այնպես, որ յուրաքանչյուր քառա-դոմինո ծածկում է տախտակի ճիշտ չորս վանդակ և յուրաքանչյուր վանդակ ծածկված է ամենաշատը մեկ քառա-դոմինոյով: Հայտնի է, որ ցանկացած երկու վանդակ որոնք ծածկված են իրարից տարբեր երկու քառա-դոմինոյով չունեն ընդհանուր կետ (ոչ ընդհանուր կող, ոչ ընդհանուր գագաթ): Գտնել k -ի հնարավոր մեծագույն արժեքը:

5. Դիցուք $k > 0$ ամբողջ թիվ է: Տրված են մեկից մեծ $n_1, n_2, \dots, n_k$ իրարից տարբեր k հատ ամբողջ թվերը այնպես, որ

$$n_1! + n_2! + \dots + n_k! = a^{n_1}$$

որտեղ a -ն ինչ-որ ամբողջ թիվ է: Ապացուցել, որ $n_1, n_2, \dots, n_k$ թվերից գոնե մեկը պարզ է:

Նկատառում $x > 0$ ամբողջ թվի համար $x! = x \cdot (x-1)!$ և $0! = 1$:

6. Տրված են a, b, c դրական իրական թվերը: Ապացուցել, որ

$$\left(\frac{a^2 + b^2}{a + b}\right)^3 + \left(\frac{b^2 + c^2}{b + c}\right)^3 + \left(\frac{c^2 + a^2}{c + a}\right)^3 \geq a^3 + b^3 + c^3$$

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր