

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Երկրորդ օր (19 փետրվարի, 2023թ)

- Ոչ հավասարասրուն ABC սուրանկյուն եռանկյաններսում, AC կողմի միջնուղղահայացի վրա, վերցրել են P կետն այնպես, որ $\angle PAC + \angle PCB + \angle PBA = 90^\circ$: Դիցուք AC կողմի միջնուղղահայացին պարկանող կամայական K կետից փարել են AB ուղղին զուգահեռ ուղիղ, որը BC ուղիղը հատում է F կետում: Ապացուցել, որ F, P, K, C կետերով անցնում է շրջանագիծ:
- Նովիանները 7×7 աղյուսակի վանդակներից յուրաքանչյուրում լրացրեց 1 և 2 թվերից որևէ մեկը: Ամեն փողի դիմաց գրեց այդ փողում գրված բոլոր թվերի գումարը, իսկ ամեն սյունակի վերևում գրեց այդ սյունակում գրված բոլոր թվերի արտադրյալը: Ննարավոր է արդյոք, որ սրացված բոլոր թվերը լինեն իրարից փարբեր:
- Դիցուք a և b թվերը N կենտ բնական թվի բաժանարարներ են, ընդ որում $a > b$: Ապացուցել, որ

$$\frac{a}{b} > 1 + \frac{2b + 3}{N} :$$

Աշխարհամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր