

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Երկրորդ օր (19 փետրվարի, 2023թ)

4. Դիցուք ABC եռանկյանն ներգծած շրջանագծի O կենտրոնով AO ուղղին փարված ուղղահայացը BC ուղիղը հատում է M կետում: Դիցուք O կետից AM ուղղին փարված է OD ուղղահայացը: Ապացուցել, որ A, B, C, D կետերը գտնվում են մեկ շրջանագծի վրա:

5. Ցանկացած p և q բնական թվերի համար թվային առանցքի

$$\left[\frac{p}{q} - \frac{1}{4q^2}, \frac{p}{q} + \frac{1}{4q^2} \right]$$

միջակայքը ներկել են: Ապացուցել, որ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ կոորդինատով կետը ներկած չէ:

6. Նկարիչը $n \times n$ չափի սպիտակ կրավի վրա փորձում է սպանալ հեքաքրքիր պարկերներ հեքալ կերպ. ամեն քայլի, սկսելով ներքևի ձախ անկյունից, անում է հեքալայլը.

- եթե վանդակը սպիտակ է, ապա այն ներկում է սև ու անցնում վերևի վանդակին (կամ ավարտում, եթե կրավից դուրս է գալիս),
- եթե վանդակը սև է, ապա այն ներկում է սպիտակ ու անցնում աջ կողմի վանդակին (կամ ավարտում, եթե կրավից դուրս է գալիս):

Այս գործողությունը կրկնում է այնքան, մինչև կրավից դուրս գա: Մեկ քայլը ներքևի ձախ վանդակից սկսելուց մինչև կրավից դուրս գալու գործընթացն է: Ապացուցել, որ որոշակի քանակությամբ քայլերից հետո կրավը կրկին կդառնա սպիտակ: Գտնել քայլերի նվազագույն քանակը, որոնցից հետո կրավը կլինի սպիտակ:

Ծանոթություն: Մտորել $n = 3$ դեպքի համար պարկերված են նկարչի նկարները՝ մի քանի հաջորդական քայլերից հետո:



Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Ցուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր