

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Երկրորդ օր (19 փետրվարի, 2023թ)

4. Դիցուք՝ $ABCD$ սեղանի AB եւ CD սրունքների վրա՝ որպես հիմքեր, կառուցված են հավասարասրուն եռանկյուններ այնպես, որ յուրաքանչյուրի երրորդ գագաթն ընկած է մյուս սրունքը պարունակող ուղղի վրա: Ապացուցել, որ այդ եռանկյունները նման են:

5. Գտնել բոլոր (x, y) բնական թվազույգերը, որոնք բավարարում են

$$2^x = 3^y + 509$$

հավասարությանը:

6. Ձմեռային սեզոնին ընդառաջ հյուրանոցը բացում է բոլոր 23 սենյակների ամրագրման համակարգը: Պարզվում է, որ ամրագրումներն այնպես են արվել, որ ամբողջ սեզոնի ընթացքում յուրաքանչյուր օր ազատ է ճիշտ մեկ սենյակ: Տնօրենը հանձնարարում է ամրագրումների սենյակները վերադասավորել այնպես, որ միշտ ազատ լինի նույն սենյակը: Արդյո՞ք միշտ է հնարավոր կապարել այդ հանձնարարությունը: Նյութանոցի բոլոր սենյակները նույնն են, հյուրի ժամանումից հետո իր սենյակը փոխել չի կարելի:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր