

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Առաջին օր (14 փետրվարի, 2026թ)

1. ABC սուրանկյուն եռանկյան մեջ $AC > AB$ և BC կողմի միջնուղղահայացը հատում է AC և AB ուղիղները համապատասխանաբար D և E կետերում: DE տրամագծով շրջանագիծը հատում է AC և AB ուղիղները համապատասխանաբար K և L կետերում ($K \neq D, L \neq E$): Ապացուցել, որ K, L և M կետերը գտնվում են մեկ ուղղի վրա, որտեղ M -ը BC կողմի միջնակետն է:

2. Դիցուք x, y, z ոչ զրոյական իրական թվերի համար $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$: Ապացուցել, որ

$$\frac{1}{x^{1013}} + \frac{1}{y^{1013}} + \frac{1}{z^{1013}} = \frac{1}{x^{1013} + y^{1013} + z^{1013}}$$

3. Դիցուք $n \times n$ տախտակի վանդակներում գրված են $1, 2, \dots, n^2$ թվերը, յուրքանջյուրը ճիշտ մեկ անգամ և յուրաքանչյուր վանդակում ճիշտ մեկ թիվ: Յուրքանջյուր քայլի հնարավոր է ընտրել ցանկացած տող կամ սյուն և նրանում գտնվող թվերը ցիկլիկ տեղափոխել (առաջին վանդակում գրված թիվը գնում է երկրորդ վանդակ, երկրորդինը՝ երրորդ վանդակ, և այսպես շարունակ մինչև n -րդ վանդակում գրված թիվը գնում է առաջին վանդակ): Գտնել բոլոր $n > 1$ զույգ ամբողջ թվերը, որոնց համար անկախ սկզբնական դասավորությունից հնարավոր է վերջավոր քանակությամբ քայլերից հետո ստանալ տախտակ, որտեղ ցանկացած $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ համար k -րդ տողում գրված են $(k-1)n+1, (k-1)n+2, \dots, (k-1)n+n$ թվերը ձախից աջ նշված հերթականությամբ:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանջյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր