

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Առաջին օր (15 փետրվարի, 2025թ)

1. Բնական n թիվը կանվանենք հետաքրքիր, եթե n -ի ցանկցած $a > 1$ բաժանարարի համար $a - 1$ թիվը հանդիսանում է $n - 1$ թվի բաժանարար: Գտնել բոլոր հետաքրքիր բնական թվերը:
2. ABC սուրանկյուն եռանկյունում BH -ը բարձրություն է, իսկ D և E կետերը համապատասխանաբար AB և AC կողմերի միջնակետերն են: Դիցուք F կետը H -ի համաչափն է DE ուղղի նկատմամբ: Ապացուցել, որ ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի կենտրոնը գտնվում է BF ուղղի վրա:
3. Դիցուք n -ը բնական թիվ է և S -ը $\{1, 2, \dots, n\}$ թվերի ենթաբազմությունների բազմություն է: Կասենք, որ $j \in [1, n]$ տարրը լավն է, եթե գոյություն ունեն առնվազն 2 հատ բազմություններ S -ից, որոնք պարունակում են j -ն և գոյություն ունեն առնվազն 2 հատ բազմություններ S -ից, որոնք չեն պարունակում են j -ն: Գտնել S -ի հնարավոր մեծագույն հզորությունը, այնպես որ գոյություն չունենա լավ տարր:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր ինդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր