

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Առաջին օր (17 փետրվարի, 2024թ)

- Դիցուք $d(n)$ -ը n բնական թվի բաժանարարների քանակն է՝ ներառյալ 1-ն ու n -ը: Գտե՛ք բոլոր n բնական թվերը, որոնց համար $d(n) = 3$ և $d(n + 65) = 4$:
- Դիցուք n կողմի երկարությամբ $ABCDEF$ կանոնավոր վեցանկյունը փրոհված է 1 կողմի երկարությամբ և 60° սուր անկյամբ շեղանկյունների: Ապացուցե՛ք, որ շեղանկյուններից n հափը AD անկյունագծով բաժանվում է երկու մասի:
- Դիցուք H -ը ABC սուրանկյուն եռանկյան բարձրությունների հափման կետն է: Դիցուք A, B, H կետերով անցնող և R կենտրոնով ω շրջանագիծը BC հափվածը հափում է D ($D \neq B$) կետում: Դիցուք P -ն DH ուղղի և AC հափվածի հափման կետն է, իսկ Q -ն ADP եռանկյանն արտագծած շրջանագծի կենտրոնն է: Ապացուցե՛ք, որ B, D, Q, R կետերը գտնվում են մեկ շրջանագծի վրա:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր