

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Առաջին օր (14 փետրվարի, 2026թ)

1. Գտնել բոլոր $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ֆունկցիաները, որոնց համար

$$f(x + f(y)) \leq yf(x) - x$$

ցանկացած $x, y \in \mathbb{R}$:

2. ABC եռանկյան B և C գագաթներից տարված ներքին անկյունների կիսորդները հատվում են I կետում և հատում են CA և AB կողմերը համապատասխանաբար E և F կետերում: Դիցուք M -ը և N -ը համապատասխանաբար BI և CI հատվածների միջնակետերն են: FM ուղիղը հատում է B գագաթի արտաքին անկյան կիսորդը K կետում, իսկ EN ուղիղը հատում է C գագաթի արտաքին անկյան կիսորդը L կետում: Ապացուցել, որ K, B, C, L կետերով անցնում է շրջանագիծ:
3. Դիցուք $n \times n$ տախտակի վանդակներում գրված են $1, 2, \dots, n^2$ թվերը, յուրքանջուրը ճիշտ մեկ անգամ և յուրաքանչյուր վանդակում ճիշտ մեկ թիվ: Յուրքանջուր քայլի հնարավոր է ընտրել ցանկացած տող կամ սյուն և նրանում գտնվող թվերը ցիկլիկ տեղափոխել (առաջին վանդակում գրված թիվը գնում է երկրորդ վանդակ, երկրորդինը՝ երրորդ վանդակ, և այսպես շարունակ մինչև n -րդ վանդակում գրված թիվը գնում է առաջին վանդակ): Գտնել բոլոր $n > 1$ ամբողջ թվերը, որոնց համար անկախ սկզբնական դասավորությունից հնարավոր է վերջավոր քանակությամբ քայլերից հետո ստանալ տախտակ, որտեղ ցանկացած $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ համար k -րդ տողում գրված են $(k-1)n + 1, (k-1)n + 2, \dots, (k-1)n + n$ թվերը ձախից աջ նշված հերթականությամբ:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր