

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Առաջին օր (17 փետրվարի, 2024թ)

1. Դիցուք $d(n)$ -ը n բնական թվի բաժանարարների քանակն է՝ ներառյալ 1-ն ու n -ը: Գտե՛ք բոլոր n բնական թվերը, որոնց համար $d(n) = 3$ և $d(n + 11) \leq 11$:

2. Տրված $m > 1$ և $n > 1$ բնական թվերի համար $m \times n$ աղյուսակի վանդակներից յուրաքանչյուրում դրված է մեկական մանրադրամ: Բոլոր մանրադրամները գտնվում են «գիր» վիճակում: Յուրաքանչյուր քայլ կազմված է հետևյալ երեք գործողությունից.

ա) ընտրել աղյուսակի 2×2 չափանի քառակուսի:

բ) ընտրած քառակուսու վերևի ձախ անկյունի և ներքևի աջ անկյունի մանրադրամները շրջել:

գ) ընտրած քառակուսու վերևի աջ և ներքևի ձախ մանրադրամներից մեկը շրջել:

Գտե՛ք (m, n) թվազույգի բոլոր հնարավոր արժեքները, որոնց դեպքում հնարավոր է այնպիսի քայլեր կատարել, որ բոլոր մանրադրամները հայտնվեն «դուշ» դիրքում:

3. Դիցուք O կենտրոնով շրջանագիծը BAC անկյան կողմերը շոշափում է B և C կետերում: Դիցուք BAC անկյան ներսում նշել են Q կետը, իսկ AQ հատվածի վրա P կետն այնպես, որ AQ և OP ուղիղները փոխուղղահայաց են: Դիցուք OP ուղիղը BPQ և CPQ եռանկյուններին արտագծած շրջանագծերը հատում է համապատասխանաբար M և N կետերում: Ապացուցե՛ք, որ $OM = ON$:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր