

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Առաջին օր (14 փետրվարի, 2026թ)

1. O կենտրոնով ω շրջանագիծը և A կենտրոնով α շրջանագիծը հատվում են իրարից տարբեր C և D կետերում և $\angle OCA = 90^\circ$: Տրված է ցանկացած E կետ, որը պատկանում է ω շրջանագծին և ընկած է α շրջանագծի ներսում: Դիցուք E կետի համաչափը O կետի նկատմամբ F -ն է և CE ուղիղը հատում է α շրջանագիծը $G \neq C$ կետում: Ապացուցել, որ G, D և F կետերը գտնվում են մեկ ուղղի վրա:

2. Տրված է իրական գործակիցներով

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

բազմանդամը, որտեղ $a_i = a_{n-i}$ ցանկացած $0 \leq i \leq n$ համար և $a_n \neq 0$: Դիցուք $P(x)$ -ի բոլոր իրական արմատներն են $x_1, x_2, \dots, x_k$ առանց կրկնությունների: Ապացուցել, որ

$$|x_1| + |x_2| + \dots + |x_k| \geq k$$

3. Դիցուք $n \times n$ տախտակի վանդակներում գրված են $1, 2, \dots, n^2$ թվերը, յուրքանչյուրը ճիշտ մեկ անգամ և յուրաքանչյուր վանդակում ճիշտ մեկ թիվ: Յուրքանչյուր քայլի հնարավոր է ընտրել ցանկացած տող կամ սյուն և նրանում գտնվող թվերը ցիկլիկ տեղափոխել (առաջին վանդակում գրված թիվը գնում է երկրորդ վանդակ, երկրորդինը՝ երրորդ վանդակ, և այսպես շարունակ մինչև n -րդ վանդակում գրված թիվը գնում է առաջին վանդակ): Գտնել բոլոր $n > 1$ կենտ ամբողջ թվերը, որոնց համար անկախ սկզբնական դասավորությունից հնարավոր է վերջավոր քանակությամբ քայլերից հետո ստանալ տախտակ, որտեղ ցանկացած $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ համար k -րդ տողում գրված են $(k-1)n + 1, (k-1)n + 2, \dots, (k-1)n + n$ թվերը ձախից աջ նշված հերթականությամբ:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր