

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Առաջին օր (15 փետրվարի, 2025թ)

1. Գտնել բոլոր  $(a, n)$  բնական թվազույգերը, որոնց համար

$$n^{2n-3} = a^n$$

2.  $ABC$  սուրանկյուն եռանկյունում  $AH$ -ը բարձրություն է, իսկ  $M$ -ը  $AC$  կողմի միջնակետն է: Դիցուք  $X$  կետը այնպիսին է, որ  $\angle AXB = \angle HXM = 90^\circ$ : Ապացուցել, որ  $\angle XMB = 2\angle MBC$ :

3. Գտնել բոլոր  $(m, n)$  բնական թվազույգերը, որոնց համար  $m \times n$  տախտակի վանդակներում հնարավոր է տեղադրել թագուհիներ (յուրքանջյուր վանդակում ամենաշատը մեկ թագուհի), այնպես որ ցանկացած երկու սյունում գտնվող թագուհիների քանակները հավասար լինեն, իսկ ցանկացած երկու տողում գտնվող թագուհիների քանակները իրարից տարբեր լինեն:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր