

# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Առաջին օր (19 փետրվարի 2022թ)

1. Դիցուք որևէ  $x$  և  $y$  բնական թվերի համար

$$\frac{x}{y} + \frac{x+1}{y+1} + \frac{x+2}{y+2}$$

արտահայտության արժեքը բնական թիվ է: Ապացուցել, որ  $\frac{x}{y}, \frac{x+1}{y+1}, \frac{x+2}{y+2}$  արտահայտությունների արժեքները նույնպես բնական թվեր են:

2. Դիցուք շրջանագիծը  $ABC$  եռանկյան ( $AB < BC$ )  $AC$  կողմը, իսկ  $BA$  և  $BC$  կողմերի շարունակությունները շոշափում է համապատասխանաբար  $E, K$  և  $F$  կետերում: Դիցուք  $A$  կենտրոնով և  $AE$  շառավղով շրջանագիծը  $EF$  ուղիղը երկրորդ անգամ հատում է  $E$ -ից փարբեր  $L$  կետում, իսկ  $C$  կենտրոնով և  $CE$  շառավղով շրջանագիծը  $KE$  ուղիղը երկրորդ անգամ հատում է  $E$ -ից փարբեր  $H$  կետում: Դիցուք  $AKE$  և  $CFE$  եռանկյուններին արտագծած շրջանագծերը համապատասխանաբար  $LF$  և  $KH$  հատվածներ հատում են համապատասխանաբար  $M$  և  $N$  կետերում: Ապացուցել, որ

$$MN = \frac{KL - FH}{2} :$$

3. Շրջանագծի վրա վերցրել են  $A_1, A_2, \dots, A_{10}$  կետերը և ցանկացած երկու կետ միացնող հատված ներկել են  $k_0, k_1, \dots, k_n$  գույներից որևէ մեկով, ընդ որում ներկելու ընթացքում բոլոր գույներն էլ օգտագործվել են: Եթե  $A_i A_j$  հատվածը ներկած է  $k_0$ -ից փարբեր գույնով, ապա գոյություն ունի  $A_p$  կետ, որ  $A_p A_i$  և  $A_p A_j$  հատվածները ներկած են  $k_0$  գույնով: Գրել  $n$ -ի հնարավոր մեծագույն արժեքը:

Աշխարհամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր