**Մաթեմատիկայի Օլիմպիադա,**
**Դպրոցական փուլ, 11-12-րդ դասարաններ**
**16.11.2026թ.**
**Տևողությունը – 2 ժամ 30 րոպե**

1. Հայտնի է, որ $\frac{1-2a}{1-b}+\frac{1-b}{1-2a}=2$ և $b\neq 0$-ի: Գտեք $\frac{a}{b}$ արտահայտության արժեքը:
   1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

2. Գտեք $|x-2y|+|x-12y|$ արտահայտության փոքրագույն արժեքը, որտեղ $x,y$-ը կամայական բնական թվեր են:
   1) 6 2) 8 3) 10 4) 12

3. $ABC$ եռանկյան արտագծած շրջանագծի վրա վերցված է այնպիսի $D$ կետ, որ $AD$-ն լինի այդ շրջանագծի տրամագիծը: Հայտնի է, որ $\angle ABC=51°$: Գտեք $\angle DAC$-ն:
   1) 51° 2) 45° 3) 39° 4) 30°

4. $A$-ով նշանակենք այն ամենափոքր բնական թիվը, որը 2-ով բազմապատկելիս ստացվում է բնական թվի քառակուսի, իսկ 9-ով բազմապատկելիս՝ բնական թվի խորանարդ: Գտեք $A$ թվի թվանշանների գումարը:
   1) 15 2) 16 3) 17 4) 18

5. $K$-ով նշանակենք այն բոլոր քառանիշ թվերի քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրի թվանշանները 0-ից տարբեր և զույգ առ զույգ իրարից տարբեր նիշեր են, և նիշերից մեկը մեծ է մյուս երեք նիշերի գումարից: Գտեք $K$ թվի թվանշանների գումարը:
   1) 15 2) 16 3) 17 4) 18

6. Հայտնի է, որ $f(x)=x-a$ և $g(x)=(3a-a^2)x-a$ ֆունկցիաների գրաֆիկները փոխուղղահայաց են: Գտնել այդ պայմանին բավարարող $a$ պարամետրի բոլոր հնարավոր արժեքների գումարը:
   1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

7. $a$-ն $x^2-3x-7=0$ հավասարման արմատ է, իսկ $a-2$ թիվը՝ $x^2+bx+c=0$ հավասարման արմատ, որտեղ $b$-ն և $c$-ն ամբողջ թվեր են: Գտնել $b+c$ արտահայտության արժեքը:
   1) 4 2) -4 3) -8 4) 5

8. $C$ ուղիղ անկյունով $ABC$ ուղղանկյուն եռանկյան մեջ տարված են $AD$ և $BE$ կիսորդները: $D$ և $E$ կետերից $AB$ ներքնաձիգին տարված են $DH$ և $EK$ ուղղահայացները ($H$ և $K$ կետերը գտնվում են $AB$ ներքնաձիգի վրա): Գտեք $KCH$ անկյան աստիճանային չափը:
   1) 22°30′ 2) 45° 3) 60° 4) 75°

9. Գտեք ամենամեծ $n$ բնական թիվը, որի համար $7^{100}-3^{100}$ թիվը բաժանվում է $2^n$ թվի վրա:
   1) 2 2) 4 3) 6 4) 8

10. 350-ը տրոհեցին չորս զույգ առ զույգ իրարից տարբեր բնական թվերի արտադրյալի: Գտեք ստացված չորս թվերի գումարի հնարավոր մեծագույն արժեքը:
    1) 23 2) 35 3) 43 4) 45

11. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր $\{1,2,3,\dots,20\}$ բազմությունից ընտրել երեք իրարից տարբեր թիվ, որոնցից մեկը մեծ լինի 10-ից և որոնց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը չգերազանցի 20-ը:
    1) 35 2) 42 3) 45 4) 62

12. $ABC$ եռանկյան $AB$ և $AC$ կողմերի վրա ընտրված են համապատասխանաբար $M, N$ կետերը այնպես, որ $\frac{AM}{MB} = 0{,}2$ և $\frac{AN}{NC} = 0{,}4$: Հայտնի է, որ $AMC$ եռանկյան և $BCNM$ քառանկյան մակերեսների հարաբերությունը կարելի է գրել $\frac{m}{n}$ ռացիոնալ կոտորակի տեսքով, որտեղ $m$-ը և $n$-ը փոխադարձաբար պարզ բնական թվեր են: Գտնել $m + n$ արտահայտության արժեքը:

1) 9 2) 18 3) 37 4) 47

13. $E$-ն $ABC$ եռանկյան $BM$ միջնագծի միջնակետն է: Հայտնի է, որ ինչ-որ $x, y, z$ իրական թվերի համար $x\overrightarrow{EA} + y\overrightarrow{EB} + z\overrightarrow{EC} = \vec{0}$: Գտնել $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ արտահայտության արժեքը:

1) 3 2) 3,5 3) 4 4) 4,5

14. Տրված է $ABCD$ ուռուցիկ քառանկյունը, ընդ որում՝ $AD = 29$ սմ, $BD = 58$ սմ, $\angle ADB = 60°$, $\angle ACD = 30°$: Հայտնի է, որ $ABC$ եռանկյանն արտագծած շրջանագծի շառավիղը $n$ սմ է, որտեղ $n$-ը բնական թիվ է: Գտեք $n$-ի մնացորդը 17-ի բաժանելիս:

1) 7 2) 10 3) 12 4) 15

15. Հայտնի է, որ $T_1 = \frac{9}{5}$ և $T_2 = \frac{7}{4}$ թվերից յուրաքանչյուրը ողջ թվային առանցքի վրա որոշված $f(x)$ ֆունկցիայի պարբերություն է: Ընդ որում՝ $f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{5}{8}$, $f(0) = 0$: Գտեք այն բոլոր $n$ բնական թվերի քանակը, որոնց համար հաստատ կարող ենք պնդել, որ $\frac{1}{2^n}$ թիվը կլինի $f(x)$ ֆունկցիայի պարբերություն:

1) 6 2) 4 3) 2 4) այլ պատասխան

16. Դիտարկենք երեք հատ «1», հինգ հատ «2» թվանշանով գրվող բոլոր ութանիշ բնական թվերը: Այդպիսի թիվը կանվանենք հետաքրքիր, եթե հնարավոր է նրա որևէ երկու հարևան նիշեր տեղափոխելուց հետո ստանալ այնպիսի թիվ, որի մեջ չկան կողք-կողքի գրված «1»-եր (մնացած թվերը հետաքրքիր չեն): Գտնել բոլոր հետաքրքիր թվերի քանակը:

17. $a, b$-ն կամայական բնական թվեր են, որոնց համար $7a > 2b^2 + 8$: Գտեք $a(7a - 8 - 2b^2)^2$ արտահայտության փոքրագույն արժեքը:

18. Կլոր սեղանի շուրջը դրված են 2026 աթոռներ, որոնք համարակալված են 1,2,…,2026 թվերով: Այդ աթոռներին նստած 2026 աշակերտներից յուրաքանչյուրը ճանաչում է երկու հոգու՝ իրենից հաշված ժամսլաքի ուղղությամբ երրորդ աշակերտին և իրենից հաշված ժամսլաքի հակառակ ուղղությամբ երրորդ աշակերտին (այսինքն՝ 1 համարն ունեցող աթոռին նստած աշակերտը ճանաչում է 4 համարի և 2024 համարի աթոռներին նստած աշակերտներին): Յուրաքանչյուր աշակերտի մոտ կա թերթիկ, որի վրա նշված է որևէ բնական միանիշ թիվ: Հայտնի է, որ ցանկացած աշակերտի և իր երկու ծանոթների մոտ գրված թերթիկների թվերի գումարը չի գերազանցում 12-ը: $K$-ով նշանակենք այդ բոլոր աշակերտների մոտ գրված թերթիկներում եղած թվերի գումարի հնարավոր մեծագույն արժեքը: Գտնել $K$ թվի մնացորդը 1000-ի բաժանելիս:

19. $M$-ը $2a^2 - 2ab + b^2$ $(a, b \in N)$ տեսքի այն բոլոր թվերի բազմությունն է, որոնք բաժանվում են 21-ի: Դիցուք $d$-ն ամենամեծ բնական թիվն է, որի վրա բաժանվում են $M$ բազմության բոլոր թվերը: Գտեք $d$ թվի թվանշանների գումարը:

20. $ABCD$-ն սեղան է, ընդ որում $AD||BC$, $AD = 2BC$, $\angle ADB = 45°$, $\angle BDC = 15°$: Գտեք $CAD$ անկյան աստիճանային չափը: