

Մաթեմատիկայի օլիմպիադայի դպրոցական փուլ 2024-2025 ուսարարի
11-12-րդ դասարաններ
Տևողությունը – 2 ժամ 30 րոպե

1. Պայուսակում կան կարմիր և կապույտ մափիկներ, ընդ որում կապույտ են բոլոր մափիկների $\frac{3}{5}$ -ը: Պայուսակում կարմիր մափիկների քանակը կրկնապատկում են: Դրանից հետո պայուսակում եղած մափիկների ո՞ր մասն է կարմիր:

- 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) $\frac{4}{7}$

2. Տրված են $x = 3^{(9^4)}$ և $y = 27^{(9^3)}$ թվերը: Ներկայ պնդումներից, ո՞րն է ճիշտ

- 1) x լրիվ քառակուսի է 2) xy լրիվ քառակուսի է և լրիվ խորանարդ 3) y լրիվ քառակուսի է
4) y բաժանվում է x -ի վրա

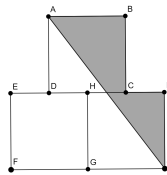
3. 50 հարցից բաղկացած թեստում յուրաքանչյուր ճիշտ պատասխանի համար աշակերպները ստանում են 4 միավոր, հարցին չպատասխանելու դեպքում՝ 0, իսկ սխալ պատասխանի դեպքում՝ -1 : Նայրնի է, որ Աննան հավաքել է 99 միավոր: Գտնել Աննայի ճիշտ պատասխանների հնարավոր առավելագույն քանակը:

- 1) 25 2) 27 3) 29 4) 31

4. Տրված $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ թվերը բավարարում են $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_6 - a_5$, $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ և $a_4 + a_5 + a_6 = 19$: Գտնել $a_4 - a_1$ արտահայտության արժեքը

- 1) 2 2) 6 3) 3 4) 4

5. Տրված են 1 կողմով $ABCD, EFGH$ և $GHIJ$ քառակուսիները (տես նկարը), ընդ որում D և C կետերը համապատասխանաբար EH և HI հարվածների միջնակետերն են: Գտնել $ABCIJ$ հնգանկյան մակերեսը:



- 1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{7}{8}$ 3) 1 4) $\frac{5}{6}$

6. Գտնել $x - [\sqrt{x}]^2 = 4$ հավասարման 40-ից փոքր արմատների գումարը ($[a]$ -ով նշանակում ենք a թիվը չգերազանցող առավելագույն ամբողջ թիվը, օրինակ՝ $[4.5] = 4$):

- 1) 75 2) 70 3) 41 4) 21

7. Գտնել ամբողջաթիվ կոորդինատներով կետերի քանակը, որոնք ընկած են $(0; 0)$ կենտրոնով և 5 շառավղով շրջանագծի վրա, կամ դրա ներսում:

- 1) 60 2) 72 3) 81 4) 121

8. x, y, z ոչ գրոյական թվերը բավարարում են $x+y+z = xyz$ պայմանին: Գտնել հետևյալ արտահայտության արժեքը:

$$\frac{1+yz}{yz} + \frac{1+xz}{xz} + \frac{1+xy}{xy}$$

- 1) 4 2) 6 3) 8 4) 10

9. Գտնել $x = |2x - |60 - 2x||$ հավասարման արմարների գումարը:

- 1) 120 2) 92 3) 60 4) 48

10. Տրված են $a < b < c < d$ ոչ զրոյական իրական թվեր, այնպիսին, որ $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c}$: Ներկայարարահայրություններից, ո՞ր մեկը կլինի միշտ դրական արված պայմանների դեպքում

- 1) $-a - 2b - 4c + 3d$ 2) $2a - b + 3c + 2d$ 3) $-2a - 3b - c + 2d$ 4) $-a + 3b + 4c + 5d$

11. Գտնել փոքրագույն բնական թիվը, որն ունի ճիշտ 28 հար բաժանարար:

- 1) 1728 2) 1920 3) 8192 4) այլ պարասխան

12. Գտնել բոլոր n բնական թվերի գումարը, որոնց համար $\frac{n^2+20n+51}{n^2+4n+3}$ -ը բնական թիվ է:

- 1) 26 2) 28 3) 30 4) 32

13. Գտնել այն բոլոր (m, n) բնական թվերի թվագույների քանակը, որոնց համար:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{5}$$

- 1) 2 2) 3 3) 4 4) 6

14. Քանի ձևով կարելի է ընտրել $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ բազմության ենթաբազմություն այնպես, որ այդ ենթաբազմության ոչ մի երկու արարի գումար հավասար չլինի 11-ի:

- 1) 286 2) 252 3) 243 4) 372

15. 3×3 աղյուսակի բոլոր վանդակները ներկված են չորս գույներից մեկով այնպես, որ կամայական 2×2 քառակուսի պարունակում է բոլոր չորս գույները: Գտնել այդպիսի ներկումների քանակը:

- 1) 48 2) 60 3) 72 4) 96

16. Գտնել (a, b, c, d, e) կարգավորված ամբողջ թվերի հնգյակների քանակը, որոնց համար ճիշտ է $abcde + 15 = 0$ առնչությունը

17. Բնական թիվը կանվանենք համարյա պոլինոմ, եթե հնարավոր է այդ թվի ձախ մասից ավելացնել ոչ զրոյական թվանշան, այնպիսին, որ սրացված թիվը դառնա պոլինոմ (թիվը կանվանենք պոլինոմ եթե թվանշանների հաջորդականությունը աջից ձախ և ձախից աջ նույն են: Օրինակ 12321 թիվը պոլինոմ է, բայց 123432 թիվը պոլինոմ չէ): Ըստ սահմանման 2024 թիվը համարյա պոլինոմ է, որովհետև այդ թվի ձախ մասից ավելացնելով 4 թվանշանը կսրացվի 42024, որը պոլինոմ է: Գտնել վեցանիշ համարյա պոլինոմ թվերի քանակը, որոնք բաժանվում են 9-ի վրա:

18. Տրված է 20 կողմի երկարությամբ $ABCD$ քառակուսին: P -ն և Q -ն համապարասխանաբար BC և CD հարվածների միջնակետերն են, իսկ PD և AQ հարվածները հարվում են K կետում: Գտնել $ABPK$ քառանկյան մակերեսը:

19. n բնական թվի համար համապարասխանաբար $S(n)$ -ով և $P(n)$ -ով նշանակենք n թվի բաժանարարների գումարն ու պարզ արարողիչների քանակը (օրինակ՝ $P(45) = 2$, քանի որ 45-ի պարզ բաժանարարներն են 3-ն ու 5-ը և $S(45) = 78$, քանի որ 45-ի բաժանարարներն են՝ 1, 3, 5, 9, 15, 45, որոնց գումարը 78 է): Գտնել $P(n)$ -ի նվազագույն արժեքը եթե հայտնի է, որ $S(n) > 4n$:

20. Գտնել մեծագույն n բնական թիվը, որի համար գոյություն ունի ուռուցիկ n -անկյուն բազմանկյուն, որի անկյունները գույգ առ գույգ իրարից արբեր բնական թվեր են՝ արարահայրված ասպիճաններով: