

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա (15.12.2020թ.)
Դպրոցական փուլ
11-12-րդ դասարաններ /տևությունը 150 րոպե/

1. Հայտնի է, որ $a^3 + 3ab^2 = 3a^2b + 28b^3$ և $b \neq 0$: Գտնել $\frac{a+2b}{a-2b}$ կոտորակի արժեքը:

- 1) $1\frac{2}{13}$ 2) 2 3) 6 4) 3

2. Հաշվել՝ $-\frac{16}{\pi} \arctg\left(\operatorname{tg} \frac{15\pi}{8}\right)$:

- 1) 2 2) $-\pi$ 3) -14 4) -30

3. Գտնել 1-ից մինչև 450-ը այն բնական թվերի գումարը, որոնք ունեն կենտ թվով բնական բաժանարարներ:

- 1) 3311 2) 2870 3) 2989 4) այլ պատասխան

4. Գտնել $(x+1)^{2/3} < 2\sqrt[3]{2}$ անհավասարման ամբողջ լուծումների քանակը:

- 1) 4 2) 9 3) 3 4) այլ պատասխան

5. Գտնել $3\cos 2x - 5\sin x + 1 = 0$ հավասարման լուծումների քանակը $\left[-\pi; \frac{5}{2}\pi\right]$ միջակայքում:

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

6. Գտնել $f(x) = \frac{6 \cdot 2^x}{4^x + 9}$ ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը:

- 1) $\log_2 3$ 2) $\frac{24}{25}$ 3) 1 4) այլ պատասխան

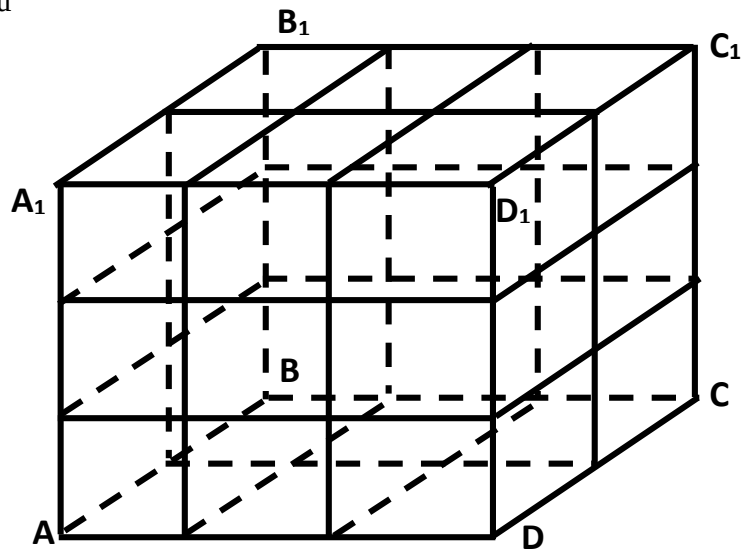
7. Գտնել $[0; \pi]$ որոշման տիրույթով $f(x) = 5\cos x + 12\sin x$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը:

- 1) $[-13; 13]$ 2) $[-5; 13]$ 3) $[-13; 12]$ 4) $[-12; 13]$

8. Դիցուք f -ը 1 հիմնական պարբերությամբ կենտ ֆունկցիա է և $f(x) = \pi + x$, երբ $x \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$: Հաշվել $f(\pi)$:

- 1) 0 2) -3 3) 3 4) այլ պատասխան

9. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստը տրոհված է 1 կողմով խորանարդիկների, ընդ որում $AB=3$, $BC=2$ և $CC_1=3$: Կետը խորանարդիկների կողերի վրայով պետք է A կետից հասնի C_1 կետը՝ շարժվելով 1 միավոր հատվածի չափով միայն աջ, վերև կամ AD կողին ուղղահայաց դեպի $BB_1 C_1 C$ նիստը: Գտնել այդ ճանապարհների թիվը:



- 1) 20 2) 28 3) 548 4) 560

10. Քանի՞ 0-ով է ավարտվում $9^{10^{11}} - 11^{10^9}$ թիվը:

- 1) 1 2) 10 3) 11 4) այլ պատասխան

11. Քանի՞ բնական n թվի դեպքում է $9^{11n} + 2^{5n} - 3^{2n} - 1$ թիվը պարզ:

- 1) 0 2) 2 3) անթիվ 4) այլ պատասխան

12. Քանի՞ n բնական թիվ կա, որոնց դեպքում $(n^4+2n^3+4n^2-n+3)$ -ը կհանդիսանա բնական թվի քառակուսի:

- 1) 1 2) 2 3) անթիվ 4) այլ պատասխան

13. Հաշվել՝ $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{10} + \frac{4}{82} + \dots + \frac{2^n}{3^{2^n}+1}\right) - \frac{1}{2}$, երբ $n=20$:

- 1) 1 2) 0,5 3) $\frac{2^{20}}{3^{2^{20}}-1}$ 4) $\frac{2^{21}}{1-3^{2^{21}}}$

14. $ABCD$ զուգահեռագծի AB և AD կողմերի վրա վերցված են համապատասխանաբար K և M կետերն այնպես, որ $KM \parallel BD$: Դիցուք $\frac{AK}{KB} = \beta$: Գտնել β -ի այն բոլոր արժեքները, որոնց դեպքում $S_{BK} = S_{MDC}$:

- 1) 1 2) 2 3) $0 < \beta \leq 1$ 4) $\beta > 0$

15. Կոնի գագաթով անցնող ամենամեծ մակերես ունեցող հատույթը հիմքի հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտնել կոնի փովածքի գագաթի անկյունը:

- 1) π 2) $\frac{2}{3}\pi$ 3) $\frac{3}{4}\pi$ 4) $\sqrt{3}\pi$

16. Գտնել արտահայտության արժեքը՝

$$\frac{1}{\cos 5^\circ \cdot \cos 35^\circ} + \frac{1}{\cos 35^\circ \cdot \cos 65^\circ} + \frac{1}{\cos 65^\circ \cdot \cos 95^\circ} + \frac{1}{\cos 95^\circ \cdot \cos 125^\circ} + \frac{1}{\cos 125^\circ \cdot \cos 155^\circ} + \frac{1}{\cos 155^\circ \cdot \cos 185^\circ} :$$

17. Քանի՞ լուծում ունի հավասարումը՝

$$x^2 + 3xy + 2x - 3y = 26, \quad x \in \mathbb{Z}, \quad y \in \mathbb{Z}:$$

18. $ABCD$ -ն քառակուսի է, որի կենտրոնը O կետն է, K -ն BC կողմի միջնակետն է, իսկ L -ը՝ OD հատվածի միջնակետը: Գտնել $\angle ALK$ անկյան աստիճանային չափը:

19. $DABC$ բուրգի AD և BC կողերի միջնակետերի հեռավորությունը 7 է, $DB=10$ և $AC=6$: Գտնել AC և BD ուղիղների կազմած անկյան աստիճանային չափը:

20. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր 6 միատեսակ մետաղադրամները դասավորել 5 տուփերի մեջ (օրինակ՝ բոլոր 6 հատը դնել մեկ տուփի մեջ):